Imię i nazwisko autora rozprawy: **mgr inż. Marcin Zakidalski**
Dyscyplina naukowa: **Informatyka Techniczna i Telekomunikacja**

# ROZPRAWA DOKTORSKA

Tytuł rozprawy w języku polskim: **Ewolucyjne sztuczne sieci neuronowe do wspomagania decyzji kredytowych w bankowych systemach informatycznych**

Tytuł rozprawy w języku angielskim: **Evolutionary artificial neural networks for credit decision support in banking computer systems**

| Promotor<br><br>*podpis* |
|---|
| **dr hab. inż. Jerzy Balicki, prof. uczelni** |
| |

Gdańsk, rok 2024

## STRESZCZENIE

Rozprawa dotyczy zastosowania ewolucyjnego uczenia sieci neuronowych do wspomagania decyzji kredytowych w bankowych systemach informatycznych na podstawie przewidywania wiarygodności kredytowej klientów indywidualnych. Zagadnienie jest ważne, gdyż intensywność udzielania kredytów wymusza opracowanie efektywnych procedur ich przyznawania.

W pracy przedstawiono wybrane modele oceny wiarygodności kredytowej. Przeprowadzono eksperymenty numeryczne, w których zastosowano oceny wiarygodności kredytowej jedno- oraz wielokryterialną. W szczególności zastosowano procedurę nadawania rang, za pomocą której wyznaczono rozwiązania Pareto-optymalne dla takich kryteriów jak: *dokładność,* AUC czy też $F_1$-score. Opracowano oryginalną metodę wielokryterialnej oceny wiarygodności kredytowej *CENA* (*ang. Creditworthiness Evolutionary Neural Assessment*).

Istotnym efektem dysertacji jest aplikacja implementująca metodę *CENA*. Do eksperymentów wykorzystano zestawy danych, w tym *German Credit Data* oraz *Give Me Some Credit*. Porównanie uzyskanych wyników z rezultatami otrzymanymi za pomocą wybranych metod uczenia maszynowego takimi jak: regresja logistyczną, drzewa losowa, las losowy, liniowa i kwadratowa analiza dyskryminacyjna, wskazało na przewagę zaproponowanej metody optymalizacji wielokryterialnej.

## ABSTRACT

The dissertation purpose is to investigate the usage of neuroevolution to personal consumer credit worthiness assessment. This topic is important due to the prevalent availability and popularity of credit products in modern society. Such environment naturally promotes high level of automation of all related procedures.

The dissertation presents credit worthiness models based on different and differentiated base criteria. Conducted experiments cover single and multi-criteria assessment of credit worthiness. The multi-criteria approach was based on the Fonseca – Fleming ranking method. This procedure concluded in generation of *Pareto – optimal* solutions based on accuracy, AUC and $F_1$-Score as base criteria. The multi-criteria experiments were executed using the enhanced and modified version of *NEAT* neuro-evolutionary algorithm and the aforementioned procedure which led to achieving the goal of creation of the *Creditworthiness Evolutionary Neural Assessment* method (abb. *CENA*).

Integral part of the dissertation is highly configurable software used as the experimental tool. The experiments were conducted on the *German Credit Data* and *Give me Some Credit* datasets. The comparison and critical review of achieved results show the predominance of *CENA* multi-criteria optimization method over other machine approaches such as logistic regression, decision tree and random forest.

# SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH AKRONIMÓW I OZNACZEŃ ..... 5
WPROWADZENIE ..... 6
1 Charakterystyka sztucznych sieci neuronowych i algorytmów ewolucyjnych ..... 9
1.1 Modele sztucznych sieci neuronowych ..... 9
1.2 Sztuczne sieci neuronowe do oceny wiarygodności kredytowej ..... 16
1.3 Radialne sieci neuronowe ..... 21
1.4 Metody treningu sztucznych sieci neuronowych ..... 23
1.5 Samoorganizujące się sztuczne sieci neuronowe ..... 25
1.6 Modele uczenia głębokiego i metryki klasyfikacji ..... 26
1.7 Taksonomia sztucznych sieci neuronowych ..... 30
1.8 Algorytmy ewolucyjne ..... 31
1.9 Algorytmy ewolucyjne do predykcji kredytowej ..... 36
1.10 Wnioski i uwagi ..... 38
2 Charakterystyka algorytmów neuro-ewolucyjnych ..... 39
2.1 Ewolucyjne uczenie sieci neuronowych ..... 39
2.2 Kanoniczne ewolucyjne sieci neuronowe ..... 41
2.3 Modułowe ewolucyjne sieci neuronowe ..... 45
2.4 Modelowanie ewolucyjnych systemów neuronowych ..... 46
2.5 Wnioski i uwagi ..... 47
3 Kredytowe sytuacje decyzyjne i kryteria do szacowania wiarygodności wniosków 48
3.1 Przegląd kredytowych sytuacji decyzyjnych i metod oceny wiarygodności kredytobiorców ..... 50
3.2 Dane dotyczące potencjalnych kredytobiorców ..... 51
3.3 Kryteria oceny wiarygodności ..... 59
3.4 Ograniczenia nałożone na dane wejściowe i kryteria cząstkowe ..... 63
3.5 Wybrane aspekty związane z wiarygodnością klientów banków ..... 65
3.6 Wnioski i uwagi ..... 66
4 Wybrane problemy oceny wiarygodności kredytowej ..... 68
4.1 Wybrane problemy predykcji i optymalizacji ocen wiarygodności kredytowej ..... 68
4.2 Wielokryterialna predykcja z wykorzystaniem metryk uczenia ..... 82
4.3 Wnioski i uwagi ..... 87

5 Algorytm neuro-ewolucyjny do wyznaczania Pareto-optymalnych klasyfikatorów 89
5.1 Maksymalizacja pola pod krzywą ROC dla German Credit Data ..... 93
5.2 Eksperyment maksymalizacji *$F_1$-Score* ..... 96
5.3 Wyznaczanie reprezentacji klasyfikatorów Pareto-optymalnych dla metryk *AUC ROC* oraz *$F_1$-Score* ..... 97
5.4 Wyznaczanie reprezentacji Pareto-optymalnych klasyfikatorów dla metryki *trafność* oraz *$F_1$ – Score* dla Give Me Some Credit ..... 99
5.5 Maksymalizacja *trafności klasyfikatora*, *$F_1$-Score* oraz *pola pod krzywą ROC* dla zbioru *Lending Club* ..... 101
5.6 Wnioski i uwagi ..... 104
PODSUMOWANIE ..... 106
BIBLIOGRAFIA ..... 108
SPIS RYSUNKÓW ..... 117
SPIS TABEL ..... 119
DODATEK A. Wybrane parametry algorytmu CENA ..... 120
DODATEK B. Aplikacja do oceny wiarygodności wniosków kredytowych ..... 122

# WYKAZ WAŻNIEJSZYCH AKRONIMÓW I OZNACZEŃ

$\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots$ – atrybuty datasetu oceny wiarygodności kredytowej;
$C^{MAX}$ – łączna kwota limitu kredytów udzielonych przez bank;
$K_{hid}$ – liczba neuronów w warstwie ukrytej sieci neuronowej;
$K_{in}$ – liczba neuronów wejściowych sieci neuronowej;
$K_j$ – wysokość pożyczonego kapitału dla *j*-tego wniosku kredytowego;
$K_{min}$ – minimalny stan rachunku bieżącego akceptowany przez banku u potencjalnych kredytobiorców;
$L_{30-59}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zdarzeń w przeciągu 2 ostatnich lat, związanych z niespłaceniem kredytu w okresie od 30 do 59 dni od daty transakcji;
$L_{60-89}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zdarzeń w przeciągu 2 ostatnich lat, zdarzeń związanych z niespłaceniem kredytu w okresie od 60 do 89 dni od daty transakcji;
$L_{90+}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zdarzeń w przeciągu 2 ostatnich lat, związanych z niespłaceniem kredytu w terminie co najmniej 90 od daty transakcji;
$P_{Debet}^{90}$ – prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia, że wnioskodawca dopuści co najmniej raz do braku spłaty dowolnego zadłużenia przez okres przekraczający 90 dni w ciągu najbliższych dwóch lat;
$T_{min}$ – minimalna rata kredytu akceptowana przez banku;
$\bar{X}$ – liczba elementów w zbiorze uczącym;
$X_{CREDIT}$ – wysokość udzielonego kredytu;
$b_n$ – bias *n*-tego neuronu;
$f_n$ – funkcja aktywacji *n*-tego neuronu;
$k_{LAYER}$ – numer warstwy w sieci neuronowej;
$p_j$ – roczna stopa procentowa dla *j*-tego wniosku kredytowego;
$u_n$ – poziom aktywacji *n*-tego neuronu;
$\boldsymbol{\alpha}_{\geq}$ – relacja dominowania w sensie Pareto;
$w_{mn}$ – waga połączenia synaptycznego między *m*-tym oraz *n*-tym neuronem;
$x_i$ – *i*-ty przykład ze zbioru uczącego;
$y_n$ – wyjście *n*-tego neuronu;
$y_n(x)$ – rzeczywista odpowiedź *n*-tego neuronu dla wzorca *x*;
$y_n^*(x)$ – wzorcowa odpowiedź *n*-tego neuronu dla wzorca *x*;
$\delta_n(x)$ – błąd *n*-tego neuronu wyjściowego dla wzorca *x*;
ANN – ang. *Artificial Neural Network*, sztuczna sieć neuronowa;
AUC ROC – ang. *Area Under Curve*, pole pod krzywą ROC;
*fitness* – funkcja przystosowania w algorytmie neuro-ewolucyjnym;
$F_1, F_2, F_3, \ldots$ – kryteria skalarne do oceny klasyfikatora;
*FNR* – odsetek wniosków kredytowych zakwalifikowanych jako wiarygodne kredytowo, które w rzeczywistości okazały się niewiarygodne kredytowo;
*FPR* – odsetek wniosków kredytowych zakwalifikowanych jako niewiarygodne kredytowo, które w rzeczywistości były wiarygodne kredytowo;
NPGA – *ang. niched Pareto genetic algorithm*, algorytm genetyczny wykorzystujący dominację Pareto z podziałem na nisze ewolucyjne;
NSGA-II – *ang. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*, algorytm genetyczny z sortowaniem niezdominowanym;

# WPROWADZENIE

Metody sztucznej inteligencji są stosowane w informatycznych systemach bankowych ze szczególnym uwzględnieniem wspomagania decyzji kredytowych. Uczenie maszynowe jeszcze do niedawna odgrywało raczej rolę drugoplanową w zastosowaniach finansowych. Wprawdzie po spektakularnym pokonaniu przez komputer IBM Deep Blue mistrza świata w szachach w 1996 roku eksperci spodziewali się, że zastosowania inteligentnych aplikacji pojawią się w obszarze gospodarki, to jednak proces ten zachodził relatywnie wolno i był ukierunkowany na wykorzystanie sztucznych sieci neuronowych (ANN, od ang. *Artificial Neural Networks*) do predykcji inwestycji giełdowych.

Ważne wydarzenie zaszło w 2010 roku, kiedy komputer IBM Watson pokonał najlepszych graczy w amerykańskim teleturnieju telewizyjnym Jeopardy (w Polsce jest to telewizyjny teleturniej Va Banque). W superkomputerze zainstalowano 32 400 ośmiordzeniowe procesory, które współbieżnie mogły wykonać około miliona wątków obliczeniowych. Uzyskano znaczące przyśpieszenie działania algorytmów uczenia maszynowego, za pomocą których można opracować pytanie dla wybranej kategorii zagadnień. Powyższe podejście wdrożono również w diagnostyce medycznej ze szczególnym uwzględnieniem onkologii w amerykańskich klinikach, w tym w wiodącej pod względem wprowadzania innowacji klinice Mayo Clinic. Ponadto udostępniono inteligentną usługę diagnostyki medycznej w chmurze obliczeniowej.

Do wyścigu technologicznego w zakresie sztucznej inteligencji dołączyło Google z komputerem AlphaGo, który pokonał w 2016 roku mistrza świata w dwuosobowej grze planszowej Go. W systemie działały 64 współbieżne algorytmy uczenia ze wzmocnieniem na 1 920 procesorach oraz na 280 procesorach graficznych. W odpowiedzi IBM uruchomił projekt dotyczący biznesowego wykorzystania oprogramowania IBM Watson w Internecie Rzeczy, w którym to projekcie ok. 6 000 firm może usprawniać swoje produkty. Warto wspomnieć, że w 2019 roku udostępniono inteligentne serwisy w chmurach komercyjnych IBM, Amazon i Alibaba, za pomocą których użytkownik ma dostęp do wykorzystania modeli sieci głębokich w wybranych zastosowaniach.

Na tym tle, istotnym zagadnieniem badawczym jest inteligentne wspomaganie decyzji kredytowych w bankowych systemach informatycznych, w tym wykorzystanie algorytmów ewolucyjnych uczących sztuczne sieci neuronowych. Z tego powodu rozważa się podejście, które można wpisać w nurt nowoczesnych metod podejmowania decyzji kredytowych. W wielokryterialnym algorytmie ewolucyjnym zmianom w się-

ciach neuronowych podlegają nie tylko wagi i biasy, ale także architektury, funkcje aktywacji w neuronach i zestawy danych treningowych. Ponadto mogą być dobierane algorytmy treningu w celu poprawienia jakości decyzji wyznaczanej za pomocą sieci o wybranych architekturach.

Podejście neuro-ewolucyjne odnosi się do istotnych dylematów dotyczących efektywności ewolucyjnego rozwoju sztucznych sieci neuronowych. Jednym z pierwszych podejść w tym zakresie były algorytmy GHANN (ang. *Genetic Hopfield* ANN) [14] oraz sieci NEAT (ang. *Neuroevolution of Augmenting Topologies*) [150]. Warto również wspomnieć o pionierskim algorytmie Cellular Encoding [72] oraz o jednym z bardziej zaawansowanych algorytmów SUNA [188].

Ponieważ problem badania zdolności kredytowej może dotyczyć firm lub osób prywatnych, a także wydawania kart i przyznawania różnego rodzajów kredytów, zagadnienie jest bardzo złożone. W podstawowym modelu klasyfikacji wyróżnia się dwie klasy komplementarne kredytobiorców. Do pierwszej należą klienci, którzy spłacą kredyt w terminie, a do drugiej pozostali. Model można rozszerzyć na trzy klasy: klienci spłacający cały kredyt w terminach, osoby spłacające kredyt nieregularnie, a także pozostali klienci. Można rozważać także modele klasyfikacji z większą liczbą klas potencjalnych kredytobiorców. Na podstawie krytycznej analizy literatury przedmiotu można stwierdzić, że wielokryterialnego podejścia do oceny wiarygodności kredytowej klientów indywidualnych do tej pory nie zaprezentowano w literaturze przedmiotu. Dlatego niniejsza rozprawa powinna chociaż częściowo wypełnić istniejącą lukę.

Celem pracy jest opracowanie efektywnych zasad projektowania wielokryterialnych metod ewolucyjnych trenujących sztuczne sieci neuronowe do oceny wiarygodności kredytowej kredytobiorców indywidualnych przez system informatyczny w odniesieniu do kluczowych rodzajów kredytów.

Natomiast problem badawczy polega na opracowaniu algorytmu neuro-ewolucyjnego do konstruowania Pareto-optymalnego klasyfikatora neuronowego do szacowania wiarygodności kredytowej klientów banków. Tak określony cel pracy oraz sformułowane zagadnienie badawcze pozwoliły na sprecyzowanie następującej hipotezy roboczej.

Algorytm neuro-ewolucyjny, w którym modyfikuje się zarówno wagi, biasy, architekturę sieci neuronowej, funkcje aktywacji neuronów oraz algorytmy treningu umożliwia skonstruowanie z wykorzystaniem wybranych metryk wielokryterialnego klasyfikatora do oceny wiarygodności wniosków kredytowych.

Efektem rozprawy jest analiza działania algorytmów neuro-ewolucyjnych na wybranych zestawach danych oraz opracowanie wielokryterialnych algorytmów do oceny wiarygodności kredytowej. Metoda ewolucyjnych sieci neuronowych została wszechstronnie i wielowariantowo zweryfikowana w przypadku treningu sieci neuronowych za pomocą wybranych kryteriów skalarnych: trafność (*ang. accuracy*), powierzchnia pola pod krzywą ROC oraz $F_1$ *– score*.

Praca składa się z wykazu ważniejszych oznaczeń, wprowadzenia, pięciu rozdziałów, podsumowania, bibliografii, wykazu rysunków, spisu tabel, a także dwóch dodatków. Pod koniec każdego rozdziału zamieszczono wnioski i uwagi. Wprowadzenie zawiera genezę, cel, problem badawczy i hipotezę naukową. Ponadto omówiono w nim zakres rozprawy.

W rozdziale pierwszym scharakteryzowano pojęcia dotyczące sieci neuronowych, ich rodzaje i taksonomię. Opisano działanie wybranych rodzajów algorytmów ewolucyjnych. W rozdziale drugim przedstawiono przegląd algorytmów neuro-ewolucyjnych. Omówiono matematyczne modele neuronowych systemów ewolucyjnych. Ponadto scharakteryzowano oprogramowanie do ewolucyjnego uczenia sieci neuronowych.

W rozdziale trzecim zamieszczono matematyczny model badania wiarygodności kredytowej, wybrane metody jej badania wraz z kryteriami. Krótko omówiono wytyczne dotyczące procesu udzielania kredy. W rozdziale czwartym sformułowano problemy badania wiarygodności kredytowej, na podstawie których przeprowadzono eksperymenty.

W rozdziale piątym scharakteryzowano wybrane metody rozwiązania problemów zaproponowanych w rozdziale czwartym. Na zakończenie zamieszczono wyniki ciekawszych eksperymentów numerycznych. W dodatkach omówiono aplikację CENA (ang. *Creditworthiness Evolutionary Neural Assessment*) zaprojektowaną do badania wiarygodności kredytowej klientów instytucji finansowych oraz architekturę wyznaczonych w eksperymentach numerycznych kompromisowych sieci neuronowych.

# 1 Charakterystyka sztucznych sieci neuronowych i algorytmów ewolucyjnych

McCulloch i Pitts opracowali model sztucznego neuronu w 1943 roku, ale wówczas chyba nikt nie spodziewał się, że sieci neuronowe odegrają tak istotną rolę w rozwoju uczenia maszynowego, sztucznej inteligencji i informatyki [109]. Tym bardziej, że po wczesnym etapie dosyć intensywnego rozwoju, krytyka Minsky'ego i Paperta w 1969 roku w odniesieniu do ograniczonych funkcjonalności jednowarstwowego perceptronu Rosenblatta spowodowała znaczącą redukcję nakładów finansowych na badania [112].

Praca Hopfielda z 1982 roku nad zastosowaniem neuronowych sieci rekurencyjnych w optymalizacji [84] dała impuls do ponownego zainteresowania badaczy sztucznymi sieciami neuronowymi. W konsekwencji opracowano metodę wstecznej propagacji błędów w 1986 roku, co spowodowało eksplozję intensywności zastosowań wielo-warstwowych sieci neuronowych [169].

Obecnie trwają intensywne prace nad ewolucyjnymi sieciami neuronowymi, sieciami impulsowymi (ang. *spiking neural networks*), a także nad uczeniem głębokim (ang. *deep learning*). Na tym tle ewolucyjne algorytmy neuronowe znacząco wpisują się we współczesny nurt badań, gdyż cechują się bardzo interesującym połączeniem zalet modeli sieci neuronowych oraz algorytmów ewolucyjnych.

## 1.1 Modele sztucznych sieci neuronowych

Sztuczne sieci neuronowe ANN stosowane są do predykcji, klasyfikacji, rozpoznawania wzorców, regresji, grupowaniu czy optymalizacji. W wypadku uczenia nadzorowanego zbiór treningowy zawiera wzorce będące parami (*wzorzec wejściowy, poprawna odpowiedź*). Wartości liczbowe, logiczne i kategoryczne cech wzorca są rezultatem modelowania zjawiska.

Selekcja cech wejściowych redukuje wymiarowości rozważanego problemu przy zachowaniu maksymalnej ilości informacji i umożliwiająca wizualizację danych wielowymiarowych. W analizie składowych głównych PCA (*ang. Principal Component Analysis*) zakłada się, iż zestaw danych może być przedstawiony w układzie współrzędnych określonym przez zbiór ortogonalnych wektorów zwanych składowymi głównymi [64]. Stosowana jest również analiza składowych głównych z zastosowaniem jąder (ang. *kernel PCA, kernel Principal Component Analysis*), metoda lokalnych zanurzeń liniowych (ang. *LLE, Locally Linear Embedding*), metoda metrycznego

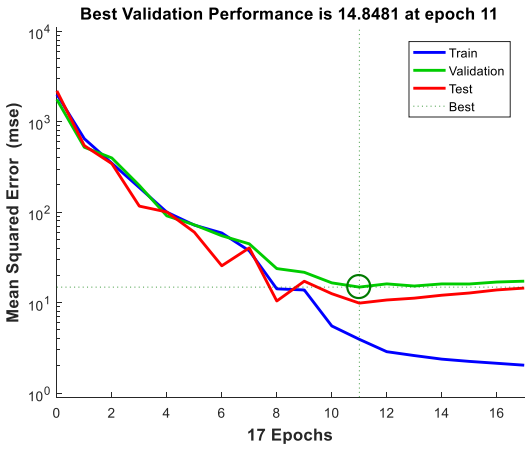
skalowania wielowymiarowego (ang. *MDS, Metric Multidimensional Scaling*) oraz metoda izomap (*ang. isomap method*) [64].

Jeżeli między wzorcami wejściowymi a odpowiedziami sieci zachodzą zależności, to ANN może się ich nauczyć. Następnie za pomocą wytrenowanego modelu można wyznaczyć poprawną odpowiedź dla wzorca wejściowego, który nie należy do zbioru treningowego. Z tego powodu zastosowania sztucznych sieci neuronowych obejmują rozwiązywanie problemów, dla których brakuje modelu analitycznego. W szczególności ANN może oceniać wiarygodność wniosków kredytowych na podstawie benchmarków kredytowych, takich jak German Credit Data [196].

Proces uczenia sieci polega na wyznaczeniu zazwyczaj dużej liczby parametrów związanych z architekturą sieci. W perceptronie wielowarstwowym są to: liczba warstw, liczba neuronów w warstwach, wartości wag synaptycznych oraz biasów. Podstawowy zakres treningu obejmuje wyznaczanie wag synaptycznych, wartości biasów i liczby neuronów w warstwach przy ustalonych funkcjach aktywacji, zadanym zbiorze obserwacji treningowych $\boldsymbol{X^l}$ i wybranej metodzie treningu.

Istotnym dylematem przy uczeniu ANN jest nadmierne dopasowanie. Jeżeli sieć trenowana jest bez walidacji, może dojść do sytuacji, w której sieć precyzyjnie uczy się wzorców ze zbioru $\boldsymbol{X^l}$, ale traci zdolności generalizacyjne. Wówczas ANN wyznacza mało dokładne odpowiedzi dla wzorów wejściowych ze zbioru testowego $\boldsymbol{X^t}$. Aby tego uniknąć, stosowany jest zbiór walidacyjny $\boldsymbol{X^v}$, który jest rozłączny ze zbiorem uczącym $\boldsymbol{X^l}$ i zbiorem testowym $\boldsymbol{X^t}$. W wypadku prognozowania wartości należącej do zbioru liczb rzeczywistych, po każdej epoce treningowej weryfikuje się, czy błąd średniokwadratowy (MSE) nie ulega zwiększeniu dla obserwacji walidacyjnych. Jeżeli błąd zwiększa się przez zadaną liczbę epok, to proces treningu jest zatrzymywany, aby nie dopuścić do przeuczenia sieci (rys. 1.1).

Oprócz zbioru treningowego i zbioru walidacyjnego, istotną rolę pełni zbiór testowy, który umożliwia ocenę możliwości generalizacyjnych wytrenowanego modelu. Zbiór ten nie ma wpływu na proces treningu. Liczebność zbioru uczącego stanowi zazwyczaj ok. 70% wszystkich obserwacji (par uczących), a pozostałych zbiorów – po ok. 15%.




Rys. 1.1 Przykład wyznaczenia numeru epoki zatrzymanie treningu ANN na podstawie wzrostu błędu MSE dla zbioru walidacyjnego
Źródło: opracowanie własne

Model neuronu McCullocha-Pitsa składa się z wejść, połączeń synaptycznych z wagami, biasa, bloku sumującego, funkcji aktywacji oraz wyjścia [80]. Na wejścia neuronu podawane są wartości liczbowe, które po przemnożeniu przez wagi synaptyczne są sumowane w neuronie. Zatem poziom aktywacji $u_n$ na wyjściu sumatora w *n*-tym neuronie jest iloczynem skalarnym wektora wejść $x = [x_1, \dots, x_m, \dots, x_M]$ dochodzących do *n*-tego neuronu oraz wektora wag synaptycznych na połączeniach dochodzących do *n*-tego neuronu $w = [w_{1n}, \dots, w_{mn}, \dots, w_{Mn}]$, który to iloczyn zwiększany jest o bias $b_n$, zgodnie z poniższą zależnością [80]:

$$u_n = b_n + \sum_{m=1}^{M_n} x_m w_{mn}, \quad n \in \Omega, \tag{1.1.1}$$

gdzie:

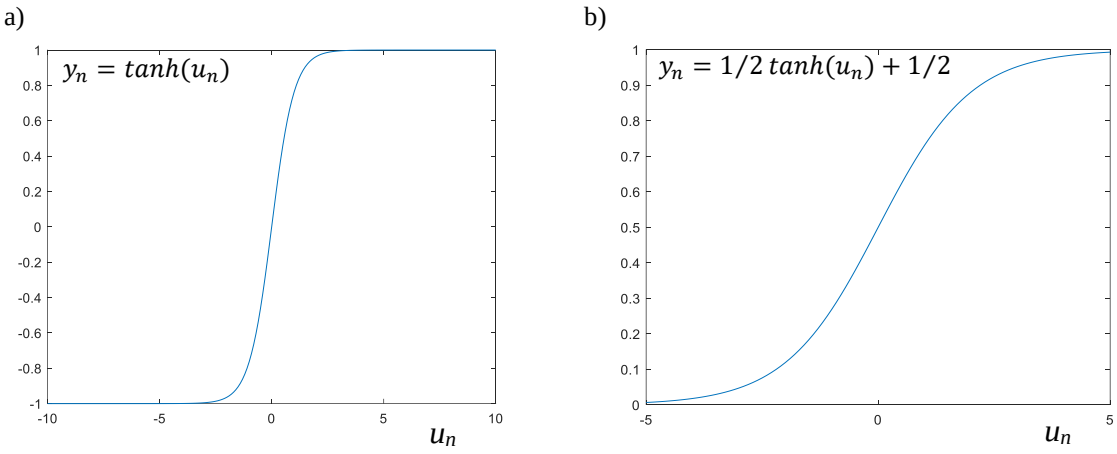
*n* – numer neuronu ze zbioru numerów neuronów $\Omega$ w ANN;

$w_{mn}$ – waga połączenia synaptycznego między *m*-tym a *n*-tym neuronem;

$M_n$ – liczba wejść do *n*-tego neuronu.

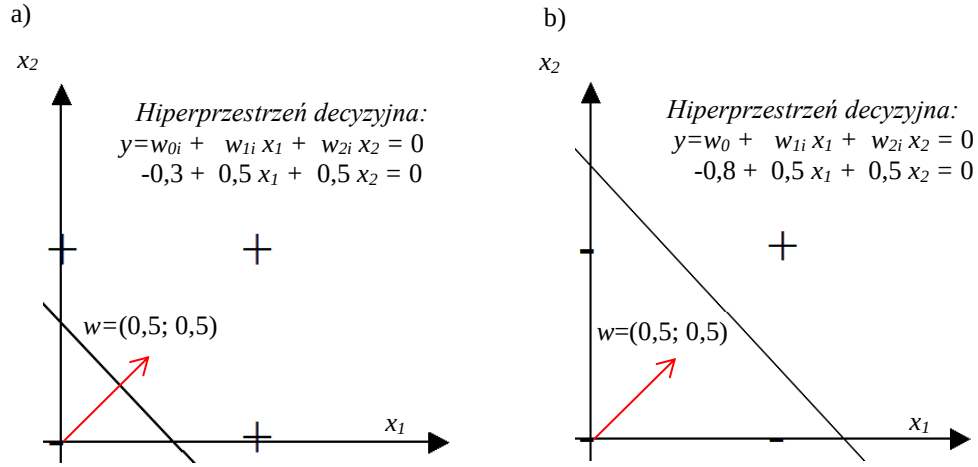
Przyjmujemy, że poziom aktywacji neuronu nie posiada mian i należy do zbioru liczb rzeczywistych. Jeśli poziom aktywacji w neuronie przekracza zadany próg, to wyjście neuronu jest aktywne. W tym wypadku progiem aktywacji jest bias ze znakiem przeciwnym. W zależności (1.1.1) bias $b_n$ może być reprezentowany również za pomocą wagi $w_{0n}$. Poziom aktywacji jest argumentem funkcji aktywacji, a uzyskana wartość liczbowa reprezentuje wyjście neuronu [80]. Funkcja aktywacji $f$ może być ciągła lub dyskretna. Ciągła funkcja aktywacji może być liniowa, sigmoidalna, logistyczna, radialna, typu ReLU (ang. *Rectified Linear Unit*) lub softmax. Niech neuron cechuje się jednym wyjściem $y_n = f(u_n)$.

W warstwach ukrytych wielowarstwowego perceptronu mogą być stosowane sigmoidalne funkcje aktywacji [80]. Na rysunku 1.2 a) przedstawiono sigmoidalną funkcję bipolarną, np. $y_n = tanh(u_n)$, która zwraca wartości z przedziału (–1, 1). Natomiast na rysunku 1.3 b) zobrazowano sigmoidalną funkcję unipolarną, która zwraca wartości z przedziału (0; 1). W kontekście udzielania kredytów sigmoidalna funkcja unipolarna wyznacza znormalizowaną wartość wyjścia, którą można interpretować jako wartość prawdopodobieństwa udzielenia kredytu.




Rys. 1.2 Sigmoidalne funkcje aktywacji: a) bipolarna b) unipolarna
Źródło: opracowanie własne.

Neuron z liniową funkcją aktywacji, do którego dochodzą dwa wejścia cechuje się efektywnymi zdolnościami klasyfikacji w odniesieniu do dwóch klas separowalnych liniowo (rys. 1.3). Jeśli obie wagi przyjmą wartość 0,5 oraz próg aktywacji wynosi 0,3, to neuron implementuje funkcję logiczną OR dla binarnych wejść. Jeśli bias zostanie zwiększony do 0,8, to neuron implementuje funkcję AND dla tych samych wag. Zmieniając wartość biasa, można zmieniać funkcjonalność neuronu.

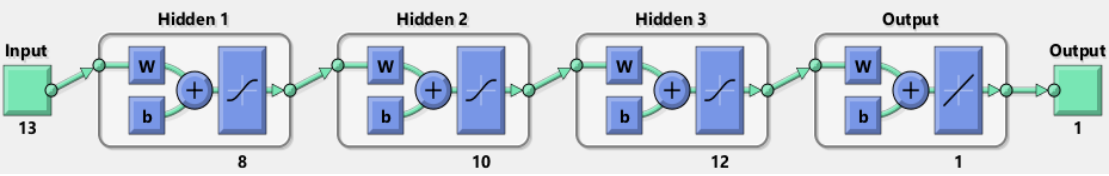



Rys. 1.3 Klasyfikacja za pomocą neuronu z dwoma wejściami, biasem i liniową funkcją aktywacji: a) operator logiczny OR b) operator logiczny AND
Źródło: opracowanie własne.

Jeśli poziom aktywacji przekroczy wartość progu, to odpowiedź neuronu wskazuje klasę powyżej hiperpłaszczyzny klasyfikacji, którą w tym wypadku jest prosta *y*. Obiekty należące do klasy *A* oznaczono symbolem „+”, a obiekty nie należące do *A* – symbolem „–”. Warto zwrócić uwagę, że wektor wag jest ortogonalny do hiperpłaszczyzny klasyfikującej, co powoduje, że iloczyn skalarny $w \bullet x = |w||x|\cos(\alpha)$ równy jest 0, gdzie kąt $\alpha$ to kąt między wektorem wag a wektorem wejść. W wypadku klasyfikacji obiektów należących do co najmniej trzech klas stosuje się zazwyczaj w warstwie wyjściowej neurony, z których każdy odpowiada innej klasie. Funkcja softmax przekształca wyniki na rozkład prawdopodobieństwa dla wielu klas w ten sposób, że zmienia wartości wejściowe na zakres między 0 a 1 i normalizuje je tak, aby suma wyników była równa 1.

Klasyfikatorami mogą być jednokierunkowe sieci wielowarstwowe, w których wartości wyjść neuronów z warstwy poprzedniej przesyłane są jednocześnie do neuronów warstwy następnej. Nie jest możliwe przesyłanie danych między neuronami w ramach warstwy, pominięcie wybranej warstwy lub przesyłanie wyników z warstw następnych do warstw poprzednich (rys. 1.4) [204]. Natomiast w sieciach rekurencyjnych dopuszcza się przesyłanie danych z neuronu *A* do *B* i odwrotnie z neuronu *B* do *A*.

W wielowarstwowej sieci neuronowej można wyróżnić: warstwę wejściową, neurony ukryte, a także warstwę wyjściową. Liczba warstw ukrytych oraz liczby neuronów w warstwach zależą od rozwiązywanego problemu oraz od wielkości zbioru uczącego. Te parametry sieci dobiera się eksperymentalnie lub przy pomocy wybranej metaheurystyki. Na rys. 1.4 przedstawiono jednokierunkową czterowarstwową sieć neuronową zgodnie z uproszczoną notacją graficzną stosowaną w środowisku *Matlab* [204]. Dane z 13 wejść przesyłane są do 8 neuronów z pierwszej warstwy ukrytej. Neurony w warstwie ukrytej cechują się sigmoidalną, bipolarną funkcją aktywacji. Natomiast w neuronie wyjściowym zastosowano liniową funkcję aktywacji.



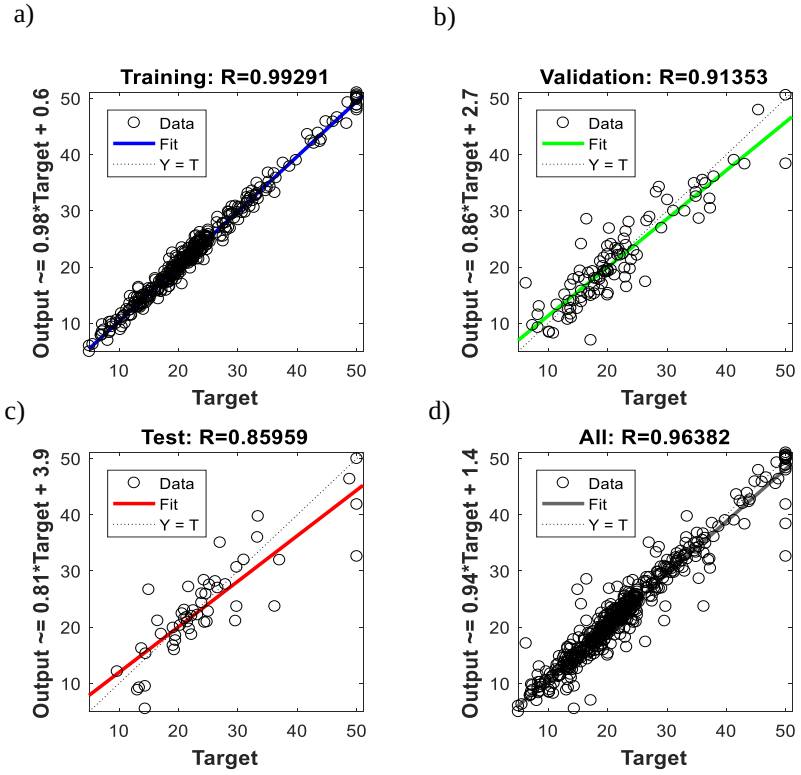

Rys. 1.4 Model jednokierunkowej czterowarstwowej sieci neuronowej.
Źródło: opracowanie własne.

Oprócz ANN do klasyfikatorów zalicza się również inne modele, w tym: drzewa decyzyjne, lasy losowe, metodę wektorów wspierających SVM (ang. *Support Vector Machne*), metodę Bayesa czy też metodę *k*-najbliższych sąsiadów kNN (ang. *k-Nearest Neighbours*) [56].

Sieci neuronowe mogą być również stosowane do szacowania wartości funkcji. W wypadku badania wiarygodności aplikującego o kredyt hipoteczny istotna może być wycena wartości nieruchomości. Na podstawie benchmarku *Boston Housing Data* [189] skonstruowano ANN do szacowania wartości nieruchomości w rejonie Bostonu. Minimalizację błędu średniokwadratowego przeprowadzono za pomocą metody Levenberga-Marquardta dla zbioru danych o 506 nieruchomościach.

Sieć szacuje wartość nieruchomości na podstawie 13 cech, w tym: liczby pokoi, procentu działek budowlanych o powierzchni ponad 2 250 $m^2$, a także liczby działek, które nie są przeznaczone do celów biznesowych. Ponadto, preferowane są nieruchomości zlokalizowane w pobliżu rzeki, jeziora lub morza. Uwzględnia się również stężenie zanieczyszczenia tlenkiem azotu. Do wyceny uwzględnia się poziom przestępczości w okolicy. Ważny jest również procent mieszkań wybudowanych przed 1940 rokiem, dystans do centrów pracy oraz wskaźnik dostępności do autostrad. Ponadto analizuje się wysokość podatku od nieruchomości. Istotny jest procent uczniów, studentów i nauczycieli wśród mieszkańców. Uwzględnia się również liczbę ubogich mieszkańców [189].

Na rys. 1.5 zamieszczono wartość współczynnika regresji *R*, który jest miarą korelacji między rzeczywistymi cenami nieruchomości (ang. *target*) a szacowanymi wartościami (ang. *output*).




Rys. 1.5 Proste regresji dla zbioru: a) uczącego b) walidacyjnego c) testowego d) wszystkich obserwacji. Źródło: opracowanie własne

Niech $\boldsymbol{X} \subset \boldsymbol{R}^{Din}$, gdzie $\boldsymbol{X}$ to dziedzina nieznanej funkcji $g$ szacowania cen nieruchomości, $\boldsymbol{R}$ – zbiór liczb rzeczywistych oraz *Din* – liczba wymiarów dziedziny $\boldsymbol{X}$. Rozważamy funkcję $g: R^{Din} \rightarrow R^{Dout}$ taką, że $y = g(x) \in R^{Dout}$, przy czym *Dout* – liczba wymiarów przeciwdziedziny funkcji $g$. Podczas uczenia nadzorowanego, wartość błędu $n$-tego wyjścia $\delta_n(x)$ dla wybranego wzorca wejściowego $x \in \boldsymbol{X^l}$ jest różnicą między poprawną odpowiedzią $y_n^*(x)$ a wynikiem $y_n(x)$ wyznaczonym przez $n$-ty neuron wyjściowy, co zapisujemy następująco [80]:

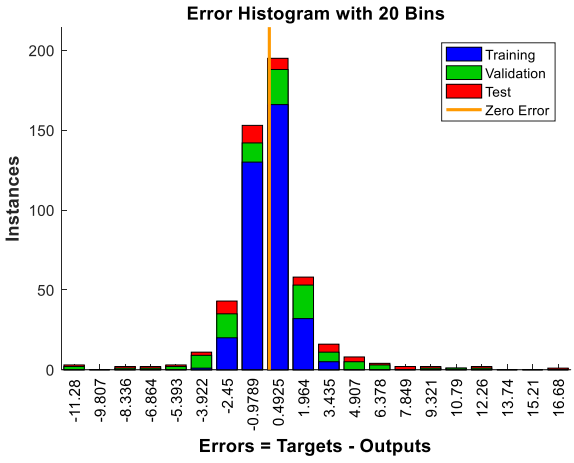
$$\delta_n(x) = y_n^*(x) - y_n(x), \quad n = \overline{1, Dout}, \quad x \in X^L. \tag{1.1.2}$$

Na rys. 1.7 ukazano histogram błędów dla wytrenowanej sieci wyceniającej nieruchomości na podstawie *Boston Housing Data* [189]. Błędy przydzielono do 20 przedziałów, a średnie wartości dla tych przedziałów zaznaczono na osi odciętych. Natomiast na osi rzędnych opisano liczebności błędów dla 20 przedziałów. Im więcej błędów o dużych wartościach, tym niższa jakość wytrenowania sieci.

Błąd średniokwadratowy *MSE* (ang. *Mean Squared Error*) jest miarą jakości działania ANN. Zmieniając parametry sieci, można minimalizować *MSE,* który wyznacza się za pomocą następującej zależności [80]:

$$MSE(X) = \frac{1}{\overline{X^L}} \sum_{x \in X^L} \sum_{n=1}^{Dout} [\delta_n(x)]^2, \tag{1.1.3}$$

gdzie $\overline{X^L}$ – moc zbioru treningowego $\boldsymbol{X}^L$.




Rys. 1.6 Histogram błędów przy wycenie nieruchomości przez sieć neuronową dla wybranych zbiorów obserwacji
Źródło: opracowanie własne

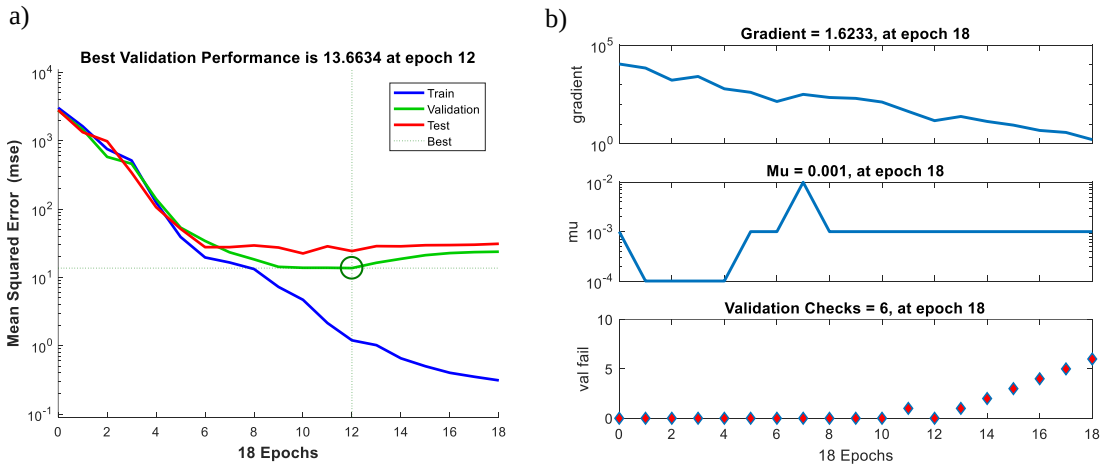
Jeśli wycena nieruchomości za pomocą sieci wyrażona jest w jednostkach monetarnych [MU], to błąd średniokwadratowy mierzony jest w [MU$^2$]. Na rys. 1.8 a)

zobrazowano redukcję *MSE* podczas uczenia ANN [79]. W początkowym stadium treningu błędy dla trzech zbiorów: uczącego, walidacyjnego oraz testowego są zbliżone, ale od ósmej epoki błąd *MSE* dla zbioru treningowego jest znacząco mniejszy od błędów dla pozostałych zbiorów. Przyjęto, że zbiór treningowy zawiera 70% wszystkich obserwacji, zbiór walidacyjny–20%, a zbiór testowy–10%. W 11-tej epoce nastąpiło pierwsze zwiększenie *MSE* dla zbioru walidacyjnego. Trening był jednak kontynuowany aż do wystąpienia sześciu kolejnych epok od 13-tej do 18-tej, podczas których zwiększał się błąd *MSE* dla zbioru walidacyjnego (rys. 1.8 b).

## 1.2 Sztuczne sieci neuronowe do oceny wiarygodności kredytowej

Sztuczne sieci neuronowe zastosowano również do oceny wiarygodności kredytowej klientów indywidualnych [41]. Opracowano wielowarstwowy perceptron do oceny wiarygodności kredytowej członków spółdzielczych kas oszczędnościowo-kredytowych. Sztuczne sieci neuronowe zastosowano także w prognozowaniu finansowym [12].

Wielowarstwowy perceptron okazał się modelem najlepszą pod względem trafności (ang. *accuracy*) rozumianej jako frakcja prawidłowych klasyfikacji wniosków kredytowych [90]. Również w [102] porównano wielowarstwowy perceptron z innymi modelami do jednokryterialnej oceny wiarygodności kredytowej.

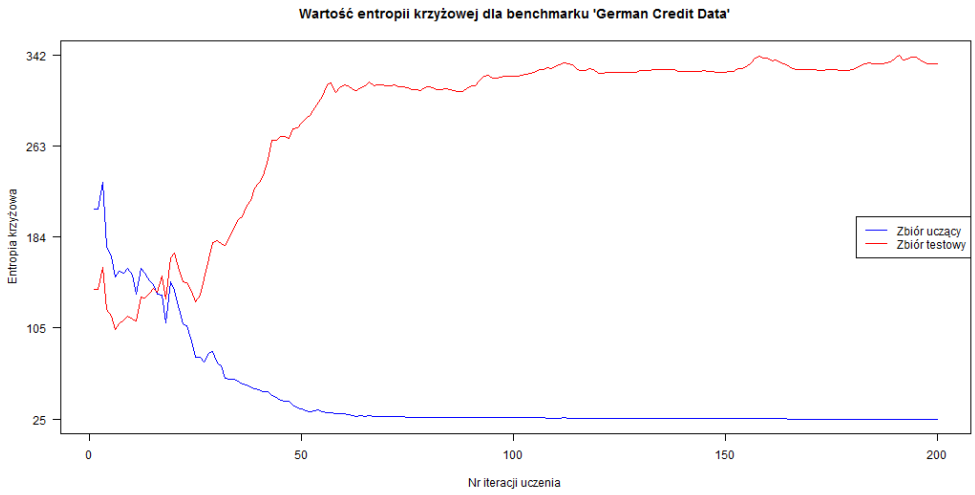



Rys. 1.7 Zobrazowanie procesu uczenia ANN:
a) minimalizacja błędu średniokwadratowego dla wybranych zbiorów
b) zmiany wybranych parametrów podczas procesu uczenia
Źródło: opracowanie własne.

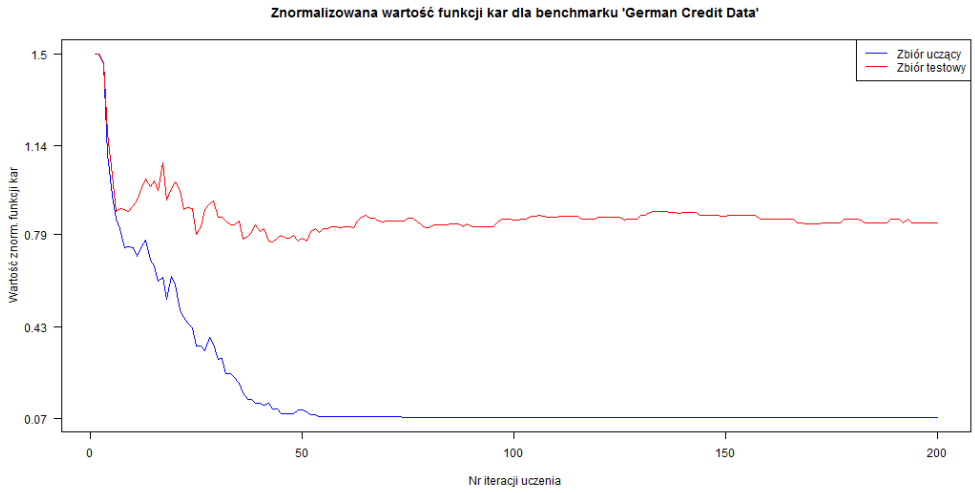
Na rys. 1.9 zaprezentowano wyniki zastosowania pakietu *nnet* [203] do oceny wiarygodności kredytowej na podstawie benchmarku German Credit Data [196]. Trenowaną siecią był trójwarstwowy perceptron z liniowymi funkcjami aktywacji. W neuronie wyjściowym zastosowano logistyczną funkcję aktywacji. Warstwa ukryta

zawierała dziesięć neuronów. Metodą uczenia był zmodyfikowany algorytm wstecznej propagacji błędu, a zastosowaną funkcją błędu była entropia krzyżowa (ang. *cross entropy*). Na rys. 1.9 b) przedstawiono minimalizację entropii krzyżowej. W wypadku funkcji kary z tytułu błędnej klasyfikacji (tab. 1.1) za błędną prognozę osoby niewiarygodnej kredytowo jako wiarygodną stosuje się karę 5 [MU]. Natomiast karą za rekomendację nieudzielenia kredytu osobie wiarygodnej kredytowo jest 1 [MU]. Na rys. 1.9 a) przedstawiono redukcję znormalizowanej wartości funkcji kar podczas uczenia.

a)




b)




Rys. 1.8 Zobrazowanie procesu uczenia wielowarstwowego perceptronu na zestawie danych German Credit Data:
a) wartość entropii krzyżowej b) znormalizowana wartość funkcji kar
Źródło: opracowanie własne.

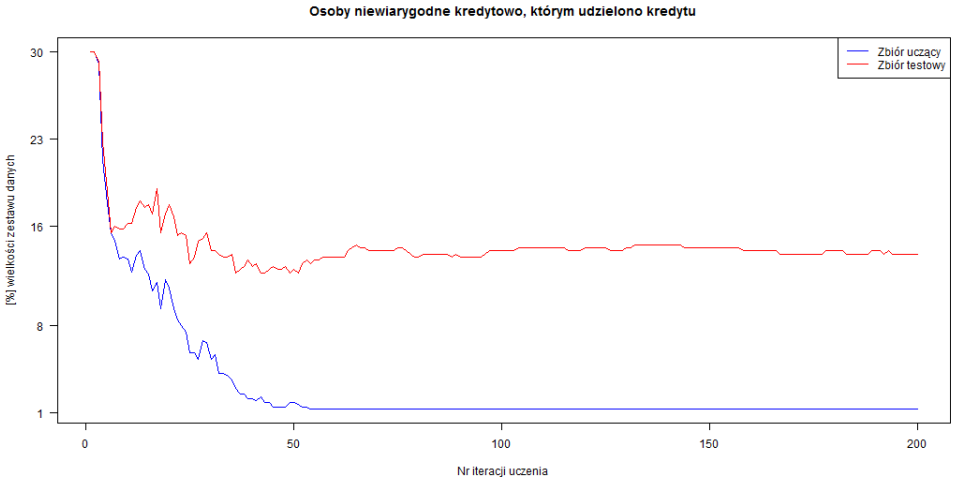
Udzielenie kredytu osobie niewiarygodnej kredytowo jest określane błędem pierwszego rodzaju (*false positive*). Natomiast nieudzielenie kredytu osobie wiarygodnej jest *nazywane błędem drugiego rodzaju* (*false negative*). Zmniejszanie frakcji błędów pierwszego oraz drugiego rodzaju w wyniku treningu przedstawiono na rys 1.10.

Tabela 1.1 Wartości kar wyrażonych w [MU] z powodu błędu klasyfikacji dla zbioru obserwacji German Credit Data [257]

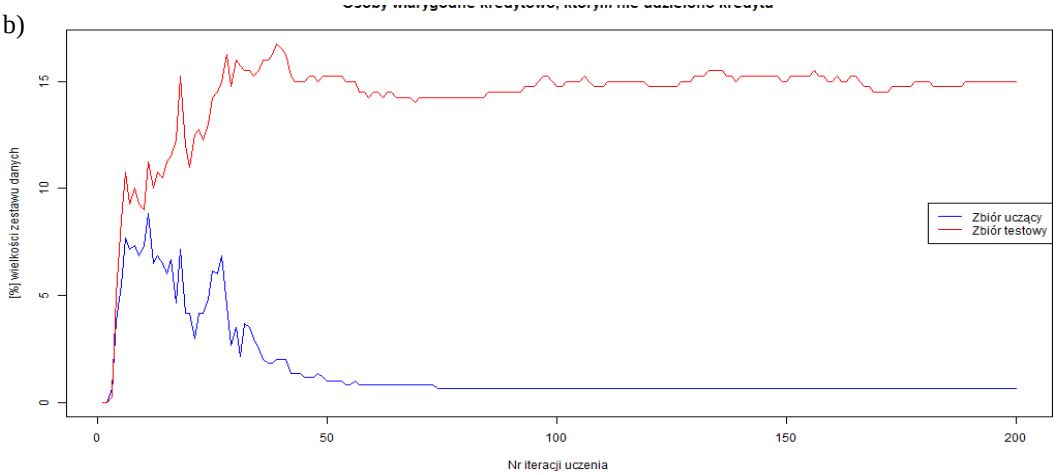
| | | *Predykcja* | |
|---|---|---|---|
| | | wiarygodny kredytowo | niewiarygodny kredytowo |
| *Oceny rzeczywiste* | wiarygodny kredytowo | 0 | 1 |
| | niewiarygodny kredytowo | 5 | 0 |

Warto zauważyć, że popełnienie błędu pierwszego rodzaju jest bardziej kosztowne niż popełnienie błędu drugiego rodzaju. Osoba niewiarygodna kredytowo nie spłaci części lub całości sumy kredytu wraz z odsetkami. Ponadto bank poniesie koszty prowadzenia działań egzekucyjnych. W przypadku błędu drugiego rodzaju istotną stratą jest utracony zysk z udzielenia kredytu [102].

a)




b)




Rys. 1.9 Zmiany frakcji błędów klasyfikacji dla German Credit Data:
a) błędy pierwszego rodzaju b) błędy drugiego rodzaju
Źródło: opracowanie własne.

Model sieci umożliwia automatyczne podejmowanie decyzji odnośnie do przydzielania kredytów na podstawie dwudziestu atrybutów wniosku (tab. 1.2).

Tabela 1.2 Atrybuty zestawu danych German Credit Data [196]

| Lp. | Nazwa atrybutu | Uwagi |
|---|---|---|
| 1 | Stan istniejących kont | brak konta, 0, do 200, powyżej 200 w [DM] |
| 2 | Czas trwania pożyczki | [miesiące] |
| 3 | Historia kredytowa | brak historii, wszystkie kredyty spłacone, opóźnienia w spłacie, konto z niespłaconymi kredytami |
| 4 | Cel pożyczki | nowy samochód, używany samochód, meble, wyposażenie domu, radio, telewizor, urządzenia domowe, naprawy, edukacja, wakacje, szkolenia zawodowe, pożyczka biznesowa, inne |
| 5 | Wielkość pożyczki | [DM] |
| 6 | Stan konta oszczędnościowego lub obligacyjnego | brak kont, do 100, do 500, do 1000, co najmniej 1000 [DM] |
| 7 | Długość trwania aktualnego stosunku pracy | bezrobotny, poniżej roku, do 4 lat, do 7 lat, co najmniej 7 lat |
| 8 | Rata pożyczki jako procent rozporządzalnego dochodu | [%] |
| 9 | Płeć oraz stan cywilny | kobieta: wolna, zamężna, w separacji lub rozwiedziona; mężczyzna: wolny, żonaty, w separacji, rozwiedziony, wdowiec; |
| 10 | Inni wierzyciele/wnioskodawcy | brak, wnioskodawca, żyrant |
| 11 | Czas zamieszkania w aktualnym miejscu | [rok] |
| 12 | Posiadana własność | brak; posiada nieruchomość; wkład do spółdzielni mieszkaniowej; ubezpieczenie na życie; samochód |
| 13 | Wiek | [lata] |
| 14 | Inne posiadane plany ratalne | brak; bankowy; w sieci sklepów |
| 15 | Stan posiadanie domu | wynajmowany; posiadany na własność; bezpłatnie |
| 16 | Liczba kredytów posiadanych w banku | brak; liczba kredytów |
| 17 | Praca | bezrobotny i niewykwalifikowany; niewykwalifikowany; wykwalifikowany; samozatrudniony; kadra zarządcza; pracownik wysoko wykwalifikowany |
| 18 | Liczba osób zależnych finansowo od wnioskodawcy | liczba |
| 19 | Telefon | brak; zarejestrowany na nazwisko wnioskodawcy |
| 20 | Pracownik zagraniczny | tak; nie |
| 21 | Rzeczywista ocena wiarygodności kredytowej | 1 – spłacił kredyt, 2 – nie spłacił kredyt |

Klasyfikator jest trenowany w celu dokładnej prognozy wartości zmiennej objaśnianej, która ma numer 21 (tab. 1.3).

Tabela 1.3 Wartości zmiennych dla wybranych pięciu obserwacji w *German Credit Database* [196]

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A11 | 6 | A34 | A43 | 1169 | A65 | A75 | 4 | A93 | A101 | 4 | A121 | 67 | A143 | A152 | 2 | A173 | 1 | A192 | A201 | 1 |
| A12 | 48 | A32 | A43 | 5951 | A61 | A73 | 2 | A92 | A101 | 2 | A121 | 22 | A143 | A152 | 1 | A173 | 1 | A191 | A201 | 2 |
| A14 | 12 | A34 | A46 | 2096 | A61 | A74 | 2 | A93 | A101 | 3 | A121 | 49 | A143 | A152 | 1 | A172 | 2 | A191 | A201 | 1 |
| A11 | 42 | A32 | A42 | 7882 | A61 | A74 | 2 | A93 | A103 | 4 | A122 | 45 | A143 | A153 | 1 | A173 | 2 | A191 | A201 | 1 |
| A11 | 24 | A33 | A40 | 4870 | A61 | A73 | 3 | A93 | A101 | 4 | A124 | 53 | A143 | A153 | 2 | A173 | 2 | A191 | A201 | 2 |

German Credit Data zawiera zanimizowane dane o 1000 kredytach. Rekord danych zawiera 7 atrybutów ilościowych oraz 13 jakościowych. Wartość 2 zmiennej objaśnianej to decyzja o nieprzyznaniu kredytu, którą podjęto dla 30% wniosków.

Zbiór German Credit Data odpowiada sytuacji decyzyjnej przyznawania kredytu na zakup samochodu, wyposażenie domu, sprzętu AGD, pokrycie kosztów edukacji, wyjazdów wakacyjnych, czy inwestycji biznesowych. Ponadto, znane są nazwy atrybutów [196], których nie ujawniono w wypadku zbiorów Australian Credit Approval (14 atrybutów, 690 instancji) oraz Japanese Credit Screening (18 atrybutów, 125 instancji) [195, 197]. Zbiór Australian Credit Approval umożliwia wspomaganie przyznawania kart kredytowych. Dane zapisane są w 6 kolumnach ilościowych i 8 jakościowych, przy czym zmienna objaśniana wynosi 0 dla decyzji o nieprzyznaniu karty kredytowej lub 1 w przeciwnym razie, co zachodzi w 56% wniosków.

Zbiory German Credit Data, Japanese Credit Screening, and Australian Credit Approval są relatywnie niewielkimi zbiorami pod względem liczby rekordów oraz liczby atrybutów. Znacznie większe zbiory danych są opracowane do modelowania bardziej złożonych sytuacji decyzyjnych. Zbiór Lending Club dotyczy internetowego pośredniczenia między kredytodawcami a kredytobiorcami [192]. Broker kredytowy o tej samej nazwie udostępnia dane dotyczące kredytobiorców, ich aktywności kredytowej oraz stanów spłacanych kredytów. Rekord każdej z 421 095 historii kredytowej obejmuje 107 atrybutów numerycznych oraz 38 atrybutów kategorycznych od 2007 roku.

Zmienna objaśniana *loan_status* to prognozowany stan spłacania pożyczki przez kredytobiorcę, która to zmienna przyjmuje siedem wartości (tab. 1.4). Przydzielenie kredytobiorcy niskiego prawdopodobieństwa spłaty kredytu zazwyczaj zachodzi, gdy opóźnienie w spłacie kredytu przekracza 180 dni i wiąże się z bankructwem lub śmiercią kredytobiorcy (klasa *charged off*). Podobnie, stwierdzenie niemożności spłaty kredytu (klasa *default*) eliminuje wniosek z udzielenia pożyczki przez kredytodawcę.

Ponadto, występują obserwacje dotyczące wiarygodnych kredytobiorców, którzy spłacili kredyt (klasa *fully paid*) lub spłacają pożyczkę bez opóźnień (*current*). Opóźnienia w spłacie pożyczki społecznościowych mogą być niewielkie (do 15 dni), kiedy nie są naliczane dodatkowe odsetki (klasa *in grace period*). Natomiast opóźnienia dłuższe od 16 do 30 dni są związane z obciążaniem kredytu mniejszymi odsetkami (klasa *late 16-30 days*) lub większymi (klasa *late 31-120 days*).

W treningu klasyfikatora uwzględnia się 145 atrybutów, w tym stosunek całkowitego zadłużenia klienta do przychodu, liczbę opóźnień w spłacie kredytu w przeciągu dwóch

ostatnich lat, miejsce zamieszkania, oprocentowanie pożyczki oraz procent wykorzystanej linii kredytowej.

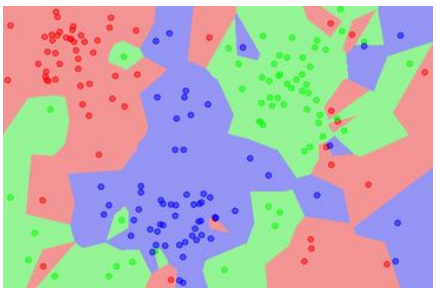
Tabela 1.4 Rozkład wystąpień wartości klas w zbiorze LendingClub

| Klasa | Liczba wystąpień | Frakcja |
|---|---|---|
| *Fully Paid* | 233658 | 55,49% |
| *In Grace Period* | 1900 | 0,45% |
| *Current* | 112515 | 26,72% |
| *Late (16-30 days)* | 1015 | 0,24% |
| *Late (31-120 days)* | 3473 | 0,82% |
| *Charged Off* | 68293 | 16,22% |
| *Default* | 241 | 0,06% |
| RAZEM | 421095 | 100,00% |

Źródło: opracowanie własne.

## 1.3 Radialne sieci neuronowe

W przypadku nieliniowej klasyfikacji wielowartościowej (rys. 1.11) lub aproksymacji wielowymiarowych funkcji dla dużej liczby argumentów wymagane są zazwyczaj zbiory wzorców cechujące się dużą liczbą kardynalną, co jest związane z wydłużaniem czasu treningu. W tej sytuacji można stosować neurony radialne w warstwach radialnych w celu redukcji czasu treningu.



Rys. 1.10 Wizualizacja wybranej nieliniowej klasyfikacji dla trzech klas.
Źródło: opracowanie własne

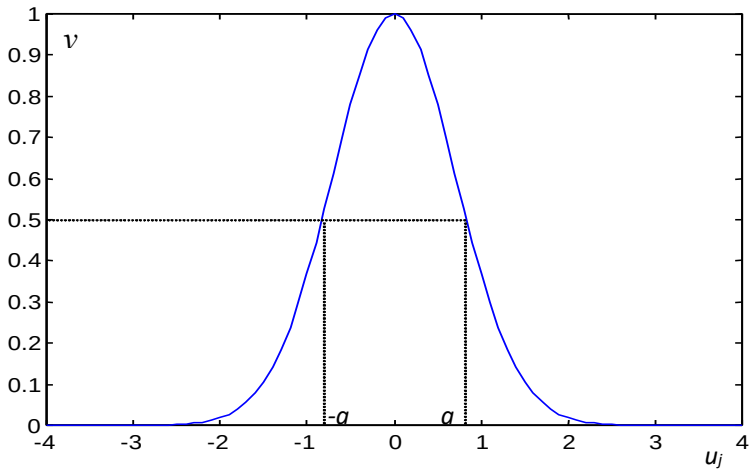
Neurony z radialnymi funkcjami transferowymi (rys. 1.12) można opisać za pomocą funkcji *Gaussa*, jak niżej [168]:

$$f(x_i) = e^{-\frac{||x_i - a||^2}{2\sigma^2}}, \tag{1.3.1}$$

gdzie:

$a$ – położenie centrum funkcji aktywacji,

$\sigma$ – odchylenie standardowe.




Rys. 1.11 Radialna funkcja aktywacji.
Źródło: opracowanie własne

Poziom aktywacji neuronu radialnego wyznaczamy następująco [168]:

$$u_i = b_i \sqrt{\sum_{j=1}^{In_i} \left(x_j - w_{ji}\right)^2}\,, \tag{1.3.2}$$

gdzie:

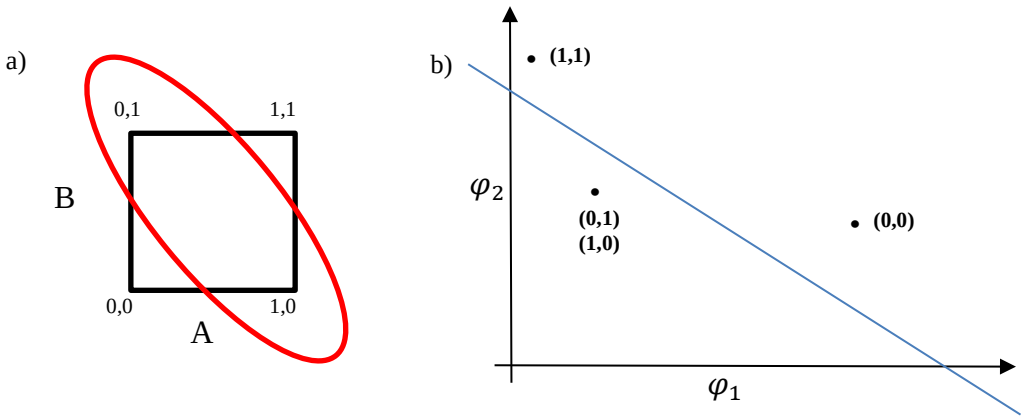
$b_i$ – bias $i$-tego neuronu,

$In_i$ – liczba wejść do $i$-tego neuronu.

Jeśli odległość w sensie *Euklidesa* między wektorem wejściowym $x$ oraz wektorem wag $\boldsymbol{w}$ maleje, to wartość wyjścia neuronu radialnego rośnie aż do 1 dla $x = w$, gdy poziom aktywacji wynosi 0. Neuron radialny działa zgodnie z miarą podobieństwa między wektorem danych wejściowych $x$ a wektorem wag synaptycznych $w$ na połączeniach dochodzących do neuronu. Natomiast bias skaluje odległość między wektorami $x$ oraz $w$.

Mimo, że radialna warstwa ukryta składa się zazwyczaj z większej liczby neuronów radialnych niż sigmoidalna warstwa ukryta w sieci jednokierunkowej, czas treningu neuronów radialnych jest znacząco krótszy. Wymagane są zbiory treningowe o dużej liczebności. Radialne funkcje aktywacji wykorzystywane są w uogólnionych sieciach regresji (ang. *generalized regression networks*, GRNN) oraz w sieciach probabilistycznych (ang. *probabilistic neural networks*, PNN).

Warstwa ukryta pozwala transformować wektor cech $x$ podany na wejściu sieci na wektor o zazwyczaj większej liczbie wymiarów [80]. Zgodnie z twierdzeniem Covera za pomocą zwiększenia liczby wymiarów można sprowadzić problem XOR do liniowo separowanego zagadnienia (rys. 1.13) [33]. W warstwie ukrytej są dwa neurony z radialnymi funkcjami aktywacji dla $a_1 = [1, 1]^T$, $a_2 = [0, 0]^T$ oraz $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ [1].




Rys. 1.12 Problem XOR: a) nieseparowalność liniowa OR b) separowalność liniowa po przekształceniu przez radialne funkcje aktywacji neuronów.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [80]

Uczenie radialnej sieci neuronowej składa się z dwóch etapów. Pierwszym etapem jest dobór parametrów funkcji radialnych neuronów warstwy ukrytej. Drugim etapem jest optymalizacja wag i biasów sieci za pomocą metod uczenia maszynowego. Dobór parametrów funkcji Gaussa polega na dopasowaniu parametrów $a_i$ oraz $\sigma_i$ za pomocą klasteryzacji zbioru uczącego. Centra klastrów stanowią wartości parametrów $a_i$. Klasteryzację przeprowadza się za pomocą sieci *Kohonena* lub metody *k*-średnich [56].

Następnie dla każdego z klastrów wyznacza się odchylenie standardowe $\sigma_i$ i rozpoczyna się trening sieci neuronowej. Za warstwą radialną usytuowana jest warstwa sumująca wyjścia neuronów radialnych. Zazwyczaj neurony w niej występujące nie mają funkcji aktywacji [80]. Wielowarstwowe sieci neuronowe z ukrytą warstwą neuronów radialnych cechują się znacznie szybszą zbieżnością oraz większą precyzją działania niż sieci z neuronami sigmoidalnymi. Sieci radialne stosowano do oceny wiarygodności kredytowej [102]. Analizowanymi zbiorami danych były: German Credit Data, Australian Credit Card, Give Me Some Credit, Th02 [158], Bene-1, Bene-2, UK oraz PAK z 2010 PAKDD Data Mining Challenge.

## 1.4 Metody treningu sztucznych sieci neuronowych

Proces uczenia ANN polega na doborze odpowiednich wartości wag i biasów, które korygowane są zgodnie z wybranym trybem korekty. Można wyróżnić trzy tryby korekty wag: *online, offline (full-batch)* oraz *mini-batch*. W trybie *online* korekta wag i biasów następuje po przetworzeniu każdego przykładu uczącego. Zaletą tego trybu jest szybka zbieżność w początkowej fazie uczenia, a wadą - wrażliwość na losowe zakłócenia. Jeżeli

bardziej „zaszumione” dane uwzględnione są na końcu epoki uczenia, mogą spowodować pogorszenie jakości działania sieci.

W trybie *offline* korekta wag następuje po przetworzeniu wszystkich przykładów uczących. Zaletą jest niska wrażliwość na zakłócenia danych oraz szybsza zbieżność w końcowej fazie uczenia. Wadą jest dłuższy czas korekty wag, proporcjonalny do liczby przykładów uczących. W trybie *mini-batch* korekta wag następuje po przetworzeniu zadanej liczby obserwacji treningowych. Jest to najczęściej wykorzystywana strategia. Stanowi kompromis między trybami *online* i *full-batch*.

Metody uczenia ANN opierają się zazwyczaj na minimalizacji wybranej funkcji błędu sieci za pomocą wyznaczania wartości wag i biasów. Metoda wstecznej propagacji błędu realizowana jest w trzech etapach [80]. Pierwszy etap polega na obliczeniu wartości wyjść neuronów w sieci. Następnie w drugim etapie obliczane są błędy. Na zakończenia wylicza się nowe wartości wag.

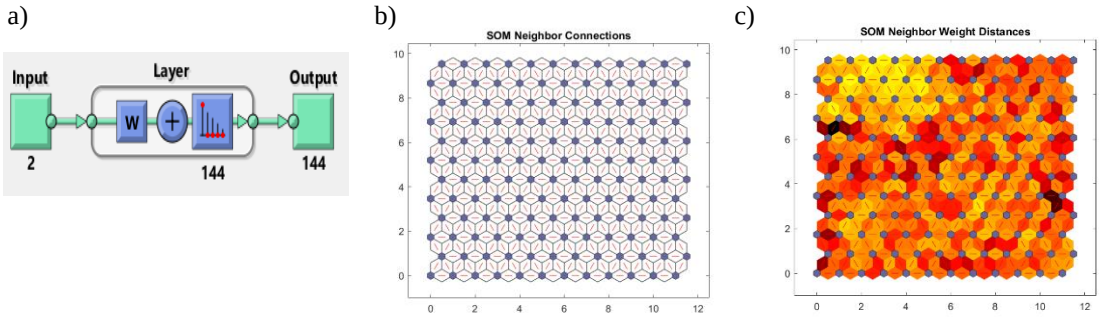
Dla warstwy ukrytej błędy na wyjściach neuronów zależą od błędów neuronów wyznaczonych w warstwie następnej. Znając wartości powyższych błędów oraz uwzględniając tempo uczenia $\eta$, można obliczyć wartości korekt wag synaptycznych. Im wartość $\eta \in (0; 1)$ jest niższa, tym sieć uczona jest dokładniej i wolniej. W związku z tym zazwyczaj stosuje się strategię adaptacyjną, która polega na zmianie wartości $\eta$ w trakcie uczenia. Jeżeli po iteracji błąd się zwiększył, zmniejsza się wartość $\eta$. Jeżeli błąd się zmniejszył, zwiększa się $\eta$. Ponadto stosuje się współczynnik momentum $\alpha \in (0; 1)$, który może poprawić zbieżność metody, a także umożliwia opuszczenie minimum lokalne funkcji błędu.

Uznaną metodą uczenia jest metoda Levenberga-Marquardta, która jest połączeniem metody gradientowej i metody Gaussa-Newtona [79]. Pierwszym etapem jest obliczenie macierzy Jacobiego, która zawiera pochodne cząstkowe pierwszego stopnia funkcji błędu dla każdego wyjścia względem każdej wagi w odniesieniu do każdego przykładu uczącego. Drugim etapem jest aproksymowanie macierzy Hessego $H$ za pomocą macierzy Jacobiego $J$ [79]. Im wartość stosowanego współczynnika kombinacji metod $\mu$ jest mniejsza, tym w większym stopniu korzysta się z metody Gaussa-Newtona, a w mniejszym - z metody gradientowej. Trzecim etapem metody jest obliczenie nowych wartości wag na podstawie wektora błędów sieci w zadanej epoce.

## 1.5 Samoorganizujące się sztuczne sieci neuronowe

Oprócz metod treningu ANN z nauczycielem mogą być stosowane metody bez nauczyciela, do których należy metoda doboru wag w samoorganizujących się sieciach Kohonena (rys. 1.14) [96]. Sieci SOM (ang. *Self-Organizing Map*) stosowane są do klasteryzacji danych. Aktualizacja wag i biasów zachodzi po każdym wyznaczeniu wyników przez sieć. Warunek stopu weryfikuje, czy osiągnięto założoną dokładność lub maksymalną liczbę epok (czas obliczeń). Jeśli stosowany jest zbiór walidacyjny, to trening ustaje w wypadku kilkukrotnego wzrostu błędu.

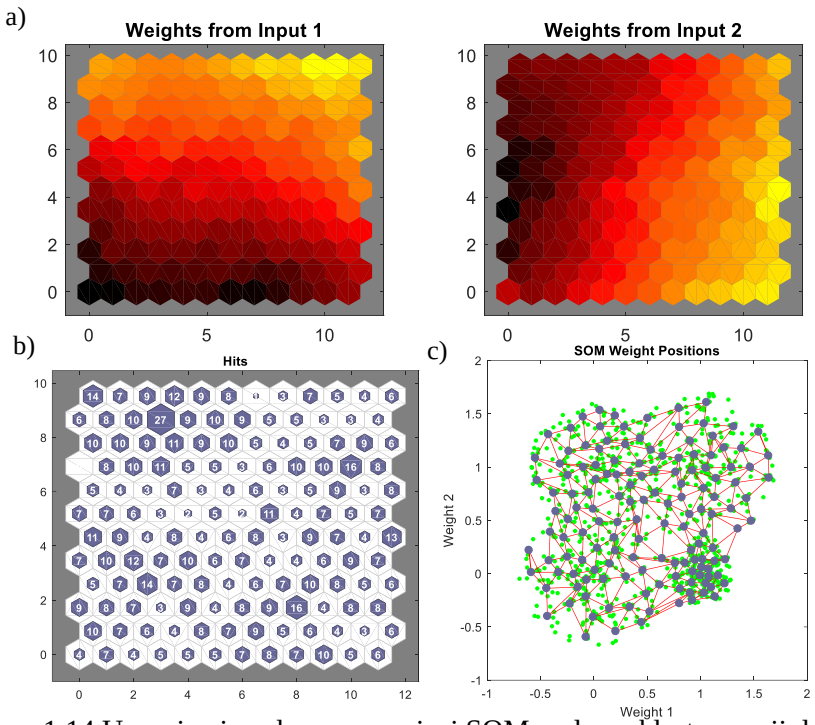
W sieci Kohonena (rys. 1.14 a) wyróżnia się warstwę wyjściową, której neurony reprezentują elementy przestrzeni dwuwymiarowej (rys. 1.14 b). W tym wypadku wyróżnia się dwa wejścia i 144 wyjść (macierz 12 x12). Każdy wyjściowy neuron wewnętrzny połączony jest z sześcioma najbliższymi neuronami (sąsiadami) w warstwie wyjściowej. Natomiast neurony na brzegach mapy łączone są z 4 lub 5 neuronami wyjściowymi (rys. 1.14 b). Poziom aktywacji w neuronie jest iloczynem skalarnym wektora wag i wektora wejść, tak jak w jednokierunkowych sieciach wielowarstwowych. Ponadto do wartości wyjścia neuronu dodawane są wartości wyjść sąsiadów. Zamiast funkcji aktywacji w neuronie zastosowano regułę typu „*zwycięzca bierze wszystko*" w odniesieniu do wyjść wszystkich neuronów.




Rys. 1.13 Mapa cech Kohonena do klasteryzacji danych: a) schemat blokowy b) topologia połączeń neuronów w warstwie wyjściowej c) zobrazowanie wartości wag między parami neuronów wyjściowych. Źródło: opracowanie własne

Sieć uczy się samodzielnie, gdyż nie jest znana prawidłowa odpowiedź. Po wprowadzeniu danych wejściowych i wyznaczeniu wartości wyjść neuronów, neuron o największej wartości wyjścia jest nagradzany jednostkowym zwiększeniem licznika zwycięstw. Zwiększane są także prowadzące do neuronu-zwycięzcy wagi z wejść oraz z wyjść sąsiadów (rys. 1.15). Wprowadzenie nowego wektora wejściowego powoduje

zmianę liczników zwycięstw w neuronach, co może mieć istotne znaczenie odnośnie wartości wag i podziału klastrów w początkowej fazie treningu.




Rys. 1.14 Uczenie nienadzorowane sieci SOM podczas klasteryzacji danych:
a) zobrazowanie danych wejściowych b) wartości liczników zwycięstw neuronów wyjściowych
c) ilustracja wartości wag między neuronami wyjściowymi w przestrzeni wag wejściowych
Źródło: opracowanie własne

## 1.6 Modele uczenia głębokiego i metryki klasyfikacji

Głębokie uczenie to klasa algorytmów uczenia maszynowego, która wykorzystuje wiele warstw do wyodrębniania funkcji wyższego poziomu na podstawie danych wejściowych. Na przykład w przetwarzaniu obrazu niższe warstwy mogą identyfikować krawędzie, podczas gdy wyższe warstwy mogą identyfikować pojęcia istotne dla człowieka, takie jak cyfry, litery, emocje lub twarze. Większość modeli uczenia głębokiego opiera się na sztucznych sieciach neuronowych, w szczególności na splotowych sieciach neuronowych (CNN) oraz na ANN z pamięcią długo- krótkoterminową (LSTM), która jest wariantem rekurencyjnej sztucznej sieci neuronowej (RNN).

W przeciwieństwie do jednokierunkowych sieci neuronowych, sieć LSTM ma połączenia zwrotne. Może przetwarzać nie tylko pojedyncze macierze danych (takie jak obrazy), ale także sekwencje danych, takie jak mowa lub wideo. Może rozpoznawać pismo ręczne, wykrywać anomalie w sieci komputerowej lub ostrzegać przed włamaniami. Sieci LSTM efektywnie klasyfikują i prognozują na podstawie czasowych

szeregów danych, nawet jeśli między zdarzeniami w szeregu czasowym występują opóźnienia o nieznanym czasie trwania.

Za pomocą algorytmu wstecznej propagacji błędu wytrenowano głęboką sieć neuronową rozpoznającą cyfry w kodach pocztowych [100]. Uczenie głębokie rozwinęło się na początku lat dwutysięcznych wraz ze wzrostem mocy obliczeniowej komputerów oraz możliwością przeprowadzania obliczeń na procesorach graficznych. W [42] opisano zastosowanie modeli uczenia głębokiego do oceny wiarygodności kredytowej klientów banków na podstawie *German Credit Data*. Jako funkcję celu zastosowano ważoną sumę kosztów błędów pierwszego i drugiego rodzaju. Wyznaczona sieć konwolucyjna CNN składała się z 21 warstw, w tym z warstwy: normalizacyjnej, konwolucyjnej, leaky ReLu, drop-out, warstwy liniowej oraz warstwy z funkcją aktywacji tangensa hiperbolicznego.

Warto nadmienić, że zaproponowano wybrane podejścia do łączenia uczenia głębokiego z metodami neuro-ewolucyjnymi, w tym ewolucyjne dobieranie hiperparametrów modeli głębokich [60]. Ponadto zaproponowano wykorzystanie uczenia głębokiego do wykrywania defraudacji związanych z kartami kredytowymi [27].

W zagadnieniach klasyfikacji wniosków kredytowych stosuje się zazwyczaj metryki o wartościach z macierzy pomyłek (ang. *confusion matrix*) [90]. W tabeli 1.5 rozważa się dwie klasy: pozytywną (ang. *positive class*) oraz negatywną (*ang. negative class*). Oznaczenie *TP* (ang. *true positive*) to liczba wniosków prawidłowo zaklasyfikowanych do klasy pozytywnej, a *TN* (ang. *true negative*) – liczba wniosków prawidłowo zaklasyfikowanych do klasy negatywnej. Ponieważ klasyfikator może popełnić błędy, to *FN* (ang. *false negative*) reprezentuje liczbę wniosków nieprawidłowo zaklasyfikowanych do klasy negatywnej, a *FP* (ang. *false positive*) – liczbę wniosków nieprawidłowo zaklasyfikowanych do klasy pozytywnej. Dąży się zatem do maksymalizacji *TP* oraz *FP*, a minimalizuje się *FP* oraz *FN*.

Tabela 1.4 Macierz pomyłek dla klasyfikatora kredytowego

| | Liczba wniosków zaklasyfikowanych do klasy pozytywnej (*A*) | Liczba wniosków zaklasyfikowanych do klasy negatywnej (*B*) |
|---|---|---|
| Należy do klasy pozytywnej (*A*) | *TP* | *FN* |
| Należy do klasy negatywnej (*B*) | *FP* | *TN* |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [90]

Za pomocą macierzy pomyłek możliwe jest zdefiniowanie następujących metryk oceny jakości klasyfikatora kredytowego [90]. Trafność (ang. *accuracy*) określa frakcję poprawnych odpowiedzi klasyfikatora dla obu klas, jak niżej:

$$accuracy = \frac{TP+TN}{TP+TN+FR+FN}. \tag{1.6.1}$$

Jeśli nie popełniono żadnej pomyłki, to trafność wynosi 1. Precyzję (ang. *precision*) definiuje się jako frakcję poprawnych odpowiedzi klasyfikatora dla klasy *A* (*positive*):

$$precision = \frac{TP}{TP+FP}. \tag{1.6.2}$$

Nie jest istotne w tej metryce, ile błędnych odpowiedzi wystąpiło dla klasy *B* (*negative*). Precyzja wynosi 1, jeśli wszystkie odpowiedzi klasyfikatora dla wniosków należących do klasy *A* były poprawne.

Klasyfikator może wskazać błędnie, że należy zakwalifikować wniosek, który nie powinien być zakwalifikowany, gdyż kredyt nie zostanie spłacony w przyszłości. Aby uniknąć takiej sytuacji wprowadzono metrykę *czułość* (ang. *recall, sensitivity*), jak niżej:

$$recall = \frac{TP}{TP+FN}. \tag{1.6.3}$$

Czułość wynosi 1, jeśli wszystkie przyznane kredyty zakwalifikowanych wniosków zostały później spłacone. Czułość jest również oznaczana jako *TPR* (ang. *true positive rate*). Średnią harmoniczną precyzji i czułości, którą oznacza się jako *$F_1$-score*, można wyznaczyć, jak niżej:

$$F_1 - score = \frac{2*precision*recall}{precision+recall}. \tag{1.6.4}$$

W wypadku niezbalansowanych zbiorów obserwacji metryka *trafność* może nie odzwierciedlać w pełni jakość klasyfikatora. Jeśli 95% wzorcowych odpowiedzi jest pozytywnych, a klasyfikator wskazuje wszystkie możliwe odpowiedzi jako pozytywne, to trafność o wartości 0,95 sugeruje, że klasyfikator ten jest wysokiej jakości. Z tego względu metryka *$F_1$-score* jest bardziej użyteczna, gdyż przyjmuje dla zbiorów niezbalansowanych niższe wartości niż *trafność*.

Ponieważ klasyfikator może omyłko zaakceptować wniosek z klasy *B* (kredyt nie zostanie spłacony), to ważną maksymalizowaną metryką jest frakcja wniosków prawidłowo zaklasyfikowanych do klasy *B* (ang. *true negative rate*), jak niżej:

$$TNR = \frac{TN}{TN+FP} \tag{1.6.5}$$

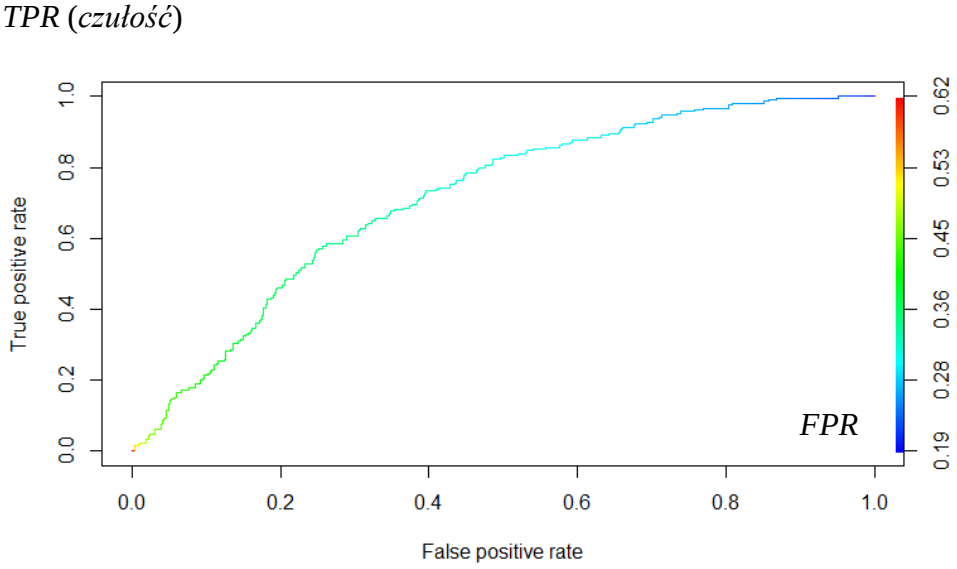
Natomiast minimalizacji podlega frakcja wniosków wiarygodnych, które błędnie klasyfikator wskazał jako wnioski typu *B* (ang. *false negative rate*, *FNR*):

$$FNR = \frac{FN}{FN+TP}. \tag{1.6.6}$$

Frakcja wniosków niewiarygodnych, które klasyfikator zaakceptował (ang. *false positive rate*, *FPR*) powinny być również minimalizowane:

$$FPR = \frac{FP}{FP+TN}. \tag{1.6.7}$$

Klasyfikacja wniosku kredytowego może zależeć od przyjętego progu klasyfikacji (ang. *classification threshold*). Jeżeli wartość odpowiedzi klasyfikatora dla zadanego wniosku kredytowego jest większa od progu, to wniosek jest klasyfikowany do *A*. Jeżeli dla możliwych progów klasyfikacji zaznaczymy na wykresie punkty (*FPR, TPR*), to uzyskamy krzywą *ROC* (ang. *receiver operating curve*) [90] (rys 1.16). Pole pod krzywą oznaczamy jako *AUC ROC* (ang. *area under the receiver operating curve*) [90]. Im ta metryka jest bliższa 1, tym dokładniejsze odpowiedzi klasyfikatora dla różnych progów.




Rys. 1.16 Przykład krzywej *ROC*.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [90]

Ważnym kryterium oceny jakości klasyfikatora kredytowego jest binarna entropia krzyżowa (ang. *binary crossentropy*) [90]. Za jej pomocą można porównać wyznaczone prawdopodobieństwo przynależności do jednej z dwóch klas z rzeczywistą przynależnością. Binarną entropię krzyżową wyznacza się następująco:

$$H(y_n, y_n^*) = -\frac{1}{\bar{X}} \sum_{i=1}^{\bar{X}} \left[ y^*(i) \log y(i) + \left(1 - y^*(i)\right) \log\left(1 - y(i)\right) \right], \tag{1.6.8}$$

gdzie:
$X$ - zbiór obserwacji;

$y^*(i)$ - wzorcowa odpowiedź dla $i$-tego elementu ze zbioru $X$;

$y(i)$ - rzeczywista odpowiedź klasyfikatora dla $i$-tego elementu ze zbioru $X$.

Im wartość binarnej entropii krzyżowej jest większa, tym klasyfikacja wniosków uzyskana przez model sieci neuronowej jest niższej jakości.

## 1.7 Taksonomia sztucznych sieci neuronowych

Sztuczne sieci neuronowe można podzielić na podstawie występowania sprzężenia zwrotnego między neuronami. Zgodnie z tym kryterium, sieci neuronowe mogą być albo rekurencyjne, albo nierekurencyjne. Kolejnym istotnym kryterium jest liczba rodzajów funkcji aktywacji. W tym przypadku, wszystkie neurony mogą używać tej samej funkcji aktywacji, lub też mogą występować co najmniej dwie różne funkcje aktywacji w co najmniej dwóch neuronach.

Trzecim kryterium klasyfikacji sieci neuronowych jest ich zastosowanie w wybranych zadaniach, takich jak klasyfikacja, rozpoznawanie wzorców, klasteryzacja, predykcja, optymalizacja, czy też implementacja pamięci komputerowej. Czwartym kryterium jest rodzaj metody uczenia sieci, obejmujący metody nadzorowane, nienadzorowane, ze wzmocnieniem, oraz możliwość braku uczenia, jak w przypadku sieci Hopfielda, które są projektowane na podstawie minimalizacji funkcji energetycznej.

Wśród nierekurencyjnych sieci neuronowych popularne są sieci wielowarstwowe, sieci radialne oraz sieci Kohonena. Natomiast w przypadku sieci rekurencyjnych na szczególną uwagę zasługują: sieci Hopfielda, maszyny Boltzmana, sieć Elmana-Jordana oraz sieci impulsowe [80, 81]. Piątym kryterium klasyfikacji jest liczba warstw ukrytych w sieciach wielowarstwowych, dzięki czemu można podzielić sieci na te głębokie i płytkie. Szóstym kryterium dotyczy tego, czy sieć działa samodzielnie, czy też wiele sieci pracuje wspólnie jako zespół.

W kontekście oceny wiarygodności kredytowej dla wybranych sytuacji decyzyjnych, skupiamy się na zespołach (populacjach) sieci neuronowych. Możemy modyfikować sieci neuronowe za pomocą algorytmów ewolucyjnych, aby wyznaczyć optymalne rozwiązania dla oceny wiarygodności potencjalnych kredytobiorców. Modyfikacje te obejmują wyznaczanie wag, biasów, architektury sieci, przydziału funkcji aktywacji do neuronów, parametrów funkcji aktywacji, algorytmu uczenia, oraz proporcji podziału obserwacji na zbiór uczący, walidacyjny i testowy.

Należy zauważyć, że lista możliwych modyfikacji hiperparametrów sieci neuronowych za pomocą algorytmów ewolucyjnych jest znacznie szersza niż proponowane przez niektórych autorów, takich jak Xin Yao, który wyróżnia jedynie możliwość zmiany wag połączeń synaptycznych, liczby połączeń synaptycznych, rodzaju funkcji aktywacji oraz parametrów algorytmów uczących [175]. Możemy rozważać populacje sieci nie tylko wielowarstwowych, ale także populacje sieci rekurencyjnych. Nieco trudniejsze jest krzyżowanie sieci o różnych architekturach, na przykład sieci wielowarstwowej z siecią Kohonnena.

Warto także podkreślić, że problemy oceny wiarygodności kredytowej mogą różnić się w zależności od rodzaju kredytu, rodzaju kredytobiorcy, zakresu danych wejściowych, czy też kryteriów oceny. Mogą dotyczyć pojedynczych klientów lub grup klientów, a limity kredytowe mogą być ograniczone lub nie.

## 1.8 Algorytmy ewolucyjne

Algorytmy ewolucyjne znajdują zastosowanie zarówno w uczeniu maszynowym, jak i w rozwiązywaniu problemów optymalizacji [15, 53]. Przyjęte założenie opiera się na tym, że osobniki w wybranej populacji mogą odziedziczyć cechy po swoich rodzicach. W kontekście algorytmów ewolucyjnych, osobnikami mogą być na przykład sztuczne sieci neuronowe, które różnią się od siebie funkcjami aktywacji, liczbami neuronów, macierzami wag, czy architekturą. Istotne są również algorytmy uczenia oraz sposób podziału zbioru obserwacji. Lepsze przystosowanie do środowiska daje osobnikom większe szanse na przetrwanie, co przekłada się na większe prawdopodobieństwo przekazania genów potomnym osobnikom. W efekcie tych mechanizmów osobniki stają się z pokolenia na pokolenie zazwyczaj lepiej dostosowane do otaczającego je środowiska naturalnego.

Termin "osobniki" odnosi się do zakodowanych rozwiązań wybranego problemu, a pojęcie "populacja" odnosi się do zbioru aktualnie rozpatrywanych osobników. Poprzez zastosowanie operatorów genetycznych, populacja potomna konstruowana jest na podstawie aktualnej populacji, co umożliwia wyznaczenie nowej populacji. Ocena jakości rozwiązania odbywa się za pomocą funkcji przystosowania [9]. Natomiast reprodukcja to proces konstruowania populacji tymczasowej, poddawanej działaniu operacji genetycznych w celu wyznaczenia populacji potomnej. Sukcesja określa sposób konstrukcji nowej populacji.

Istotną rolę odgrywa nacisk selektywny, czyli tendencja algorytmu do poprawiania średniej wartości przystosowania populacji. Algorytmy ewolucyjne charakteryzujące się dużym naciskiem selektywnym cechują się wysoką wartością oczekiwaną liczby kopii rozwiązań lepszej jakości w porównaniu z wartością oczekiwaną liczby kopii gorszych rozwiązań [9]. W selekcji ruletkowej prawdopodobieństwo wyboru osobnika do puli potencjalnych rodziców jest wprost proporcjonalne do wartości jego funkcji przystosowania [144]. W selekcji ruletkowej możliwe jest zdominowanie populacji przez osobnika, którego wartość funkcji przystosowania stanowi znaczącą część całkowitego przystosowania populacji.

Problem ten nie występuje w przypadku selekcji rankingowej (ang. *rank selection*), w której jest wyznaczany ranking rozwiązań na podstawie ich przystosowania. Następnie losowany jest podzbiór populacji do wyboru wymaganej liczby rozwiązań. Przykładem selekcji rankingowej może być losowanie z jednakowym prawdopodobieństwem pary osobników, a następnie wyznaczenie zwycięzcy o wyższej pozycji w rankingu. Natomiast w wypadku selekcji turniejowej (ang. *tournament selection*) również jest losowana podpopulacja, a następnie wybiera się osobnika o najwyższej wartości przystosowania. Z kolei w wypadku selekcji Boltzmanna (ang. *Boltzmann selection*) prawdopodobieństwo wybrania osobnika jest obliczane z uwzględnieniem parametru temperatury tak, jak w algorytmie symulowanego wyżarzania.

Inicjacja populacji rozwiązań odbywa się zazwyczaj w sposób losowy. Istotą mutacji są zmiany genotypu osobnika. Natomiast krzyżowanie polega na skonstruowaniu rozwiązania potomnego na podstawie co najmniej dwóch innych rozwiązań z populacji [9]. Jeśli numer populacji osiągnie założone maksimum lub jeśli w populacji znajduje się alternatywa, która osiągnęła zadaną wartość funkcji przystosowania, to spełnione jest kryterium stopu.

W algorytmie ewolucyjnym istotną rolę odgrywa sposób kodowania osobników. W [72] omówiono metody kodowania sztucznych sieci neuronowych. Wyróżniono kodowanie bezpośrednie (ang. *direct encoding*) polega na zakodowaniu danych o strukturze sieci. Wykorzystuje się macierz incydencji skierowanego grafu z wagami oraz wektor funkcji aktywacji w neuronach. Ze względu na rozmiar przechowywanych danych rosnący w sposób kwadratowy w zależności od liczby neuronów, metoda ma ta cechuje się ograniczonym zastosowaniem.

Kodowanie parametryczne (ang. *parametrized encoding*) obejmuje wybrane charakterystyki sieci, np. liczby warstw ukrytych. Rozmiar genotypu może być mniejszy

dla wybranych architektur niż dla kodowania bezpośredniego. Ponadto stosuje kodowanie w oparciu o gramatyki (ang. *grammatical encoding*) [94]. Omówione sposoby kodowania obejmują również parametry operacji selekcji, krzyżowania i mutacji [149].

Warto wspomnieć o algorytmach ewolucyjnych opartych o zasady informatyki kwantowej [117]. Ten trend znajduje również odzwierciedlenie w algorytmach neuro - ewolucyjnych [36]. Pojawiły się propozycje kodowania sieci neuronowych w algorytmach ewolucyjnych w oparciu o pojęcie kubitu [65], którym jest najmniejsza jednostka informacji kwantowej mogąca znajdować się w stanie *„1”*, *„0”* albo w pewnej superpozycji tych stanów, co wyraża się poniższą zależnością [65]:

$$|\psi\rangle = \beta|0\rangle + \gamma|1\rangle, \tag{1.7.1}$$

gdzie:

$\psi$ – stan $q$-bitu;

$|0\rangle, |1\rangle$ – reprezentacje kwantowych stanów „0” oraz „1”;

$\beta, \gamma$ – współczynniki stanów kwantowych (liczby zespolone).

Kwadraty amplitud liczb zespolonych $\beta, \gamma$ nazywane są prawdopodobieństwami zaobserwowania stanów kwantowych „0” oraz „1”. Prawdopodobieństwa te spełniają warunek [36, 65]:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 1. \tag{1.7.2}$$

Warto podkreślić, że średni kwantowe algorytmy genetyczne są na wczesnym jeszcze etapie rozwoju ze względu na niewielką liczbą kubitów w procesorach kwantowych.

Wyróżnia się następujące rodzaje cyfrowych algorytmów genetycznych [7, 75, 144]. W podstawowym algorytmie genetycznym (ang. *simple genetic algorithm*) występują operacje: selekcja, krzyżowanie oraz mutacja. Metodą selekcji jest selekcja turniejowa lub selekcja ruletkowa. Natomiast rozproszony i równoległy algorytm genetyczny (ang. *paralel and distributed genetic algorithm*) równolegle wykonywany jest na wielu węzłach obliczeniowych. Zazwyczaj niezależnie są generowane populacje początkowe w węzłach, na których realizowane są obliczenia przez ten sam algorytm. Ponadto algorytm genetyczny z migracją rozwiązań (ang. *migration PGA*) umożliwia przeniesienie wysokiej klasy rozwiązań między węzłami.

Możliwe jest również zrównoleglanie algorytmu genetycznego w oparciu o schemat przetwarzania *master-slave* lub traktowanie węzłów w sposób podobny do stochastycznych automatów komórkowych (ang. *fine grained parallel GAs*). Natomiast,

hybrydowy algorytm genetyczny (ang. *hybrid genetic algorithm*) to połączenie prostego algorytmu genetycznego z wybranymi heurystykami. Adaptacyjny algorytm genetyczny (ang. *adaptive gentic algorithm*) cechuje się tym, że podczas obliczeń możliwe są zmiany takich parametrów, jak rozmiar populacji, prawdopodobieństwo mutacji oraz tempo krzyżowania.

Powyższe algorytmy operują na pojedynczej populacji lub na oddzielnie przetwarzanych populacjach o znikomym stopniu wzajemnej interakcji. Natomiast w algorytmach koewolucyjnych wartość funkcji przystosowania rozwiązania wyznaczana jest na podstawie jego interakcji z rozwązaniami należącymi do innych populacji [125]. W [200] przedstawiono podział algorytmów koewolucyjnych.

Algorytmy genetyczne mogą być również stosowane do wyznaczania rozwiązań Pareto-optymalnych w problemach optymalizacji wielokryterialnej. Algorytmy z tej grupy określa się akronimem MOEA (ang. *multi-objective evolutionary algorithm*). Do najpopularniejszych algorytmów z tej grupy należą MOGA, NPGA oraz NSGA-II [37].

Z optymalizacją wielokryterialną jest związane pojęcie dominacji w sensie Pareto [8]. Dla zbioru ocen $\boldsymbol{Y}$ oraz w wypadku maksymalizacji $N$ kryteriów $F = (F_1, F_2, \dots, F_N)$, $\boldsymbol{Y} = F(x)$ wektor $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_N)$ dominuje w sensie Pareto wektor $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)$, $\vec{v}, \vec{u} \in Y$, co oznacza się $\vec{v} \succcurlyeq \vec{u}$, wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $i \in \{1,2, \dots, N\}$ zachodzi $v_i \geq u_i$ oraz istnieje takie $k$, że $v_k > u_k$.

Natomiast wektor $\vec{v} \in Y$ jest niezdominowany, jeżeli nie istnieje $\vec{z} \in Y$ takie, że $\vec{z} \succcurlyeq \vec{v}$ [135]. Niezdominowane wektory $\vec{v} \in Y$ nazywa się Pareto – optymalnymi w uporządkowanym zbiorze ocen $\boldsymbol{Y}$. Kluczowym problemem w wypadku algorytmów genetycznych jest wzajemne porównanie rozwiązań wielokryterialnych w celu wyznaczenia rang, gdyż na nich opiera się obliczenie wartości przystosowania. Wartość *crowding distance* umożliwia różnicowanie rozwiązań o tej samej randze, aby preferować alternatywy znajdujące się w mniej „zagęszczonym" obszarze zbioru ocen.

Bardzo interesującym algorytmem jest algorytm *ewolucji różnicowej* (ang. *differentia evolution*), który opracowali Price i Storm [154]. Niech populacja nr $t$ składa się z $L$ wektorów o $M$ wymiarach, które to wektory oznaczamy, jak niżej:

$$z_{l,t} \text{ dla } l = 1,2, \dots, L. \tag{1.7.3}$$

Operacja mutacji odbywa się dla każdego rozwiązania z populacji nr $t$, jak niżej [154]:

$$z'_{l,t} = z_{r1,t} + F_{diff} \cdot \left(z_{r2,t} - z_{r3,t}\right), \; l = \overline{1, L}, \tag{1.7.4}$$

gdzie:

$r1, r2, r3$– losowo wybrane różne indeksy ze zbioru {1,2,...,$L$}, które nie są równe $l$;

$F_{diff}$ – współczynnik wzmocnienia z przedziału domkniętego [0,2].

Operator krzyżowania wyznacza współrzędne wektora $c$ na podstawie współrzędnych rodzica $a$ oraz potomka $b$, zgodnie z następującą zależnością [13]:

$$c_{l,t+1,i} = \begin{cases} b_{l,t+1,i} \text{ jeżeli } (rand(i) \leq CR) \text{ lub } i = rnbr(i) \\ a_{l,t,i} \text{ w przeciwnym przypadku} \end{cases}, \; i = \overline{1, M}, \quad (1.7.5)$$

gdzie:

$rand(i)$ – liczba losowa z przedziału domkniętego [0; 1], którą wylosowano dla $i$-tej współrzędnej;

$CR$ – próg krzyżowania należący do przedziału otwartego (0; 1);

$rnbr(i)$ – losowo wybrany indeks ze zbioru {1,2,3,…, $M$} dla $i$-tej współrzędnej.

Algorytm ewolucyjny może również działać na populacji sztucznych sieci neuronowych *Hopfielda* w celu wyznaczenia wag, biasów oraz początkowych aktywacji neuronów, które minimalizują funkcję energetyczną sieci [14]. Można zatem wyróżnić kilka interesujących rodzajów algorytmów ewolucyjnych: algorytmy genetyczne, strategie ewolucyjne, ewolucja różnicowa, algorytmy koewolucyjne czy też programowanie genetyczne. Dodatkowo można rozważać kwantowe lub rozproszone wersje powyższych algorytmów.

W algorytmach neuro-ewolucyjnych istotne jest rozszerzenie zakresu optymalizacji parametrów sieci neuronowych. W wypadku sieci wielowarstwowych istotne są nie tylko wagi i biasy, ale także wyznaczenie liczby warstw ukrytych oraz liczby neuronów w warstwach ukrytych. W populacji niektóre sieci mogą być uczone za pomocą algorytmów wstecznej propagacji błędów z momentum lub z adaptacyjnym tempem uczenia, a niektóre – za pomocą metody *Levenberga-Marquardta* czy metody optymalizacji stochastycznej. Można także rozważać inne algorytmy uczenia nadzorowanego. Ponieważ uczenie nadzorowane opiera się na podziale zbioru obserwacji na zbiór uczący, zbiór walidacyjny i zbiór testowy, to algorytm również może optymalizować podział zbioru obserwacji. Istotną decyzją jest również dobór funkcji aktywacji. W szczególności ważny jest przydział funkcji aktywacji do neuronów.

## 1.9 Algorytmy ewolucyjne do predykcji kredytowej

Algorytmy ewolucyjne do oceny wiarygodności kredytowej stosowane mogą być do klasyfikacji pożyczkobiorców na grupy zgodnie z ich wiarygodnością kredytową [107]. W [177] za pomocą algorytmu genetycznego klasyfikuje się właścicieli kart kredytowych za względu na to, czy będą mieć opóźnienia w spłatach w zadanym okresie. W [85] porównano algorytm genetyczny, wielowarstwową sieć neuronową, metodę wektorów wspierających SVM oraz drzewa decyzyjne C4.5. Algorytmy genetyczne cechowały się największą trafnością klasyfikacji w odniesieniu do zbiorów German Credit Data [196] oraz Australian Credit Approval [195]. W [49] omówiono wyniki eksperymentu, w którym trafność klasyfikacji wniosków kredytowych za pomocą algorytmu genetycznego była porównywalne do trafności cechującej sztuczną sieć neuronową, metodę najmniejszych kwadratów oraz regresję logistycznej. Zastosowano nieudostępniony publicznie zestaw danych biura kredytowego.

W [30] omówiono klasyfikator zaprojektowany ze względu na minimalizację liczby wniosków niesłusznie zakwalifikowanych jako niewiarygodne do odpowiedniej klasy. Podejście opierało się na zastosowaniu programowania genetycznego w odniesieniu do Australian Credit Approval [195]. Jakość klasyfikacji za pomocą algorytmu genetycznego wyznaczający reguły dzielące wnioski na wiarygodne i niewiarygodne w oparciu o German Credit Data omówiono w [19]. W [86] zaprezentowano dwustopniowe programowanie genetyczne (ang. *two-stage genetic programming*) korzystające z reguł typu *Jeżeli-To*. Badano zbiory German Credit Data [196] oraz Australian Credit Approval [195].

W [47] wykorzystano algorytm genetyczny do selekcji cech (ang. *feature selection*) potencjalnych kredytobiorców na podstawie zestawu danych z Norges Bank. Programowanie genetyczne badano ze względu na możliwości w zakresie wyznaczania, które zestawy cech są najbardziej skuteczne przy klasyfikacji wniosków kredytowych [104]. Ponadto do selekcji cech wykorzystano model oparty o algorytm genetyczny, który zredukował rozmiar sztucznej sieci neuronowej oraz poprawił jej zdolność generalizacji [138]. Do eksperymentów wykorzystano Japanese Credit Screening [197]. Zastosowano również algorytm genetyczny do selekcji cech do zaprojektowania zespołu klasyfikatora (ang. *ensemble classifier*) oraz wielowarstwowej sieci neuronowej [116, 156]. Warto wspomnieć, że algorytm genetyczny zastosowano do selekcji cech, do optymalizacji wag

synaptycznych oraz do optymalizacji parametrów wielowarstwowych sieci radialnych [124]. Zastosowano German Credit Data [196].

Algorytm genetyczny posłużył do selekcji cech oraz optymalizacji parametrów metody wektorów wspierających SVM [85]. Wykorzystano Australian Credit Approval [195] oraz German Credit Data [196]. Podobne podejście [137] rozszerzono o zestaw danych Lending Club [192]. W [180] użyto algorytm genetyczny do selekcji cech, które następnie zastosowano w modelu drzew decyzyjnych C4.5, sztucznej sieci neuronowej oraz w metodzie SVM. Wykorzystano zestawy danych Australian Credit Approval [195] oraz German Credit Data [196]. Do selekcji cech w klasyfikatorze kNN (ang. *k-nearest neighbours*) testowano algorytm genetyczny, przeszukiwanie tabu (ang. *taboo search*) oraz algorytm mrówkowy (ang. *ant colony optimization*) [106]. Wykorzystano niejawny zestaw danych udostępniony przez Commercial Bank of Greece.

Algorytm genetyczny dokonał również selekcji cech dla modeli: k-nearest neighbours, sieci bayesowskiej, drzewa C4.5, regresji logistycznej, sieci RBF, metody SVM, a także klasyfikatorów zespołowych: AdaBoost, LogitBoost i MultiBoost [87]. Do eksperymentów wykorzystano Japanese Credit Screening [197] oraz Australian Credit Approval [195]. Uzyskano niewielką poprawę trafności dla analizowanych zestawów danych. Ponadto w [119] do selekcji cech w sztucznej sieci neuronowej wykorzystano algorytm genetyczny. Wykorzystano zestaw danych pozyskanych od jednego z chorwackich banków.

Algorytmy genetyczne są stosowane do optymalizacji parametrów innych metod sztucznej inteligencji przy ocenie wiarygodności kredytowej [25], w tym do wyznaczenia wag klasyfikatora liniowego dla German Credit Data [196]. Algorytm genetyczny umożliwia również wyznaczanie liczby neuronów w warstwie ukrytej, centrów oraz parametru $\sigma$ funkcji radialnej w sieci neuronowej typu RBF [99]. To podejście okazało się lepsze od innych analizowanych modeli pod względem procentu nieprawidłowych klasyfikacji oraz średniej liczby ukrytych neuronów. Do eksperymentów wykorzystano Australian Credit Approval [195]. Wyniki badań nad algorytmami genetycznymi do oceny wiarygodności wniosków kredytowych przedstawiono w [58, 103, 171, 173, 186]. Zazwyczaj podlegały optymalizacji rodzaje funkcji radialnych i ich parametry, a także wagi połączeń synaptycznych.

Wielokryterialny algorytm genetyczny posłużył do zredukowania liczby stosowanych do klasyfikacji kredytowej reguł rozmytych przy jednoczesnym

zachowaniu trafności predykcji [6]. Wykorzystano zestawy danych Australian Credit Approval [195] oraz German Credit Data [196].

## 1.10 Wnioski i uwagi

Sztuczne sieci neuronowe, algorytmy ewolucyjne oraz algorytmy neuro-ewolucyjne należą do intensywnie rozwijającego się obszaru sztucznej inteligencji, w tym uczenia maszynowego. W wypadku sieci neuronowych decyzje projektowe dotyczą liczby warstw, wartości wag synaptycznych, rodzaju funkcji aktywacji oraz sposobu uczenia sieci neuronowej. Istotny jest dobór architektury sieci, czy też wybór zestawu cech na wejściu sieci. Ważną operacją jest podział zbioru danych o wnioskach na zbiór uczący, zbiór walidacyjny i zbiór testowy.

Ponadto kluczowy jest wybór rodzaju algorytmu ewolucyjnego. Algorytm genetyczny, strategia ewolucyjna, ewolucja różnicowa, algorytm koewolucyjny czy programowanie genetyczne cechują się innymi regułami działania. Ważne są rodzaje zastosowanych operatorów: selekcji, mutacji i krzyżowania, sposób wyznaczania nowego pokolenia.

Oprócz sztucznych sieci neuronowych, algorytmów ewolucyjnych oraz algorytmów neuro-ewolucyjnych, do oceny wiarygodności kredytobiorców można zastosować inne klasyfikatory, w tym metodę wektorów wspierających SVM, metody konstruowania drzew decyzyjnych C4.5, C.0 i CART, czy metodę k-najbliższych sąsiadów kNN. Natomiast w problemach klasteryzacji istotną rolę odgrywają sieci Kohonena oraz metoda k-średnich.

Istotnym problemem w badaniach dotyczących wiarygodności kredytowej jest dostęp do zestawu danych. Z jednej strony są dostępne zestawy danych z informacją kredytową takie, jak Australian Credit Approval, German Credit Data oraz Japanese Credit Screening. Z drugiej strony w wielu wypadkach badaczom udało się pozyskać zestaw danych od instytucji finansowych wyłącznie na potrzeby konkretnego badania. W takich przypadkach trudno jest porównać uzyskane wyniki ze względu na niedostępność niektórych danych.

# 2 Charakterystyka algorytmów neuro-ewolucyjnych

Wady sztucznych sieci neuronowych oraz algorytmów ewolucyjnych objawiające się niską dokładnością predykcji kredytowej dla wybranych instancji, mogą być zniwelowane za pomocą adekwatnej kombinacji obu tych podejść ukierunkowanej na wykorzystanie ich zalet [145]. Warto zatem przeanalizować zalety wybranych wariantów ewolucyjnych sieci neuronowych do oceny wiarygodności kredytowej.

Wśród algorytmów neuro-ewolucyjnych można wyróżnić modułowe algorytmy ewolucyjne oraz kanoniczne algorytmy ewolucyjne. Jeśli co najmniej jedna operacja genetyczna działa na grupach neuronów, to te grupy nazywamy neuro-modułami. Istotnymi „kamieniami milowymi" w rozwoju neuroewolucji są algorytmy Cellular Encoding, GNARL oraz EPNet [7, 72, 176].

## 2.1 Ewolucyjne uczenie sieci neuronowych

Algorytm ewolucyjnego kodowania struktur sieci neuronowych (ang. *Cellular Encoding*) [72] wyznacza wagi połączeń synaptycznych, biasy oraz liczbę neuronów. Ponadto możliwe jest dodanie lub usunięcie warstwy ukrytej [73]. Struktura sieci jest zakodowana w postaci komórek, które zawierają informacje o neuronach i ich połączeniach. Te komórki mogą być modyfikowane poprzez operatory genetyczne, takie jak krzyżowanie i mutacja. W algorytmie rozważa się wagi, które mogą przyjmować wartości 1 lub -1, a wartości skokowej funkcji aktywacji to 0 lub 1. Mutacja komórki opisana jest literowym kodem. *SEQ* oznacza taki podział sekwencyjny komórki, w wyniku którego wyjścia komórki rodzicielskiej stanowią wejścia komórki potomnej. Wagi wstawionych połączeń synaptycznych wynoszą 1. Mutacja typu *PAR* to taki podział równoległy komórki rodzicielskiej, po którym komórka potomna ma takie same połączenia wejściowe oraz wyjściowe [72].

Algorytm GNARL (ang. *GeNeralized Acquisition of Recurrent Links*) jest stosowany do ewolucji rekurencyjnych sieci neuronowych (RNN) [7, 8]. Modyfikacji podlegają wagi połączeń synaptycznych, wartości biasów, liczba neuronów oraz liczba połączeń synaptycznych. Algorytm pozwala na konstruowanie rekurencyjnych sztucznych sieci neuronowych typu *Liquid State Machine*, w której neurony posiadają ten sam typ funkcji aktywacji. Sieć neuronowa jest kodowana za pomocą macierzy wag synaptycznych. Specyfikuje się liczbę wejść oraz liczbę wyjść modelu. Nie stosuje się operatora

krzyżowania. Wykorzystuje się hiperparametr *temp*, który jest wyznaczany na podstawie następującej zależności [7]:

$$temp(ANN) = rand() * \left(1 - \frac{f(ANN)}{f_{max}}\right), \tag{2.1.1}$$

gdzie:

*ANN* – oceniana sztuczna sieć neuronowa;

*rand*() – zmienna losowa przyjmująca wartości z przedziału (0,1);

*f*(A*NN*) – wartość funkcji przystosowania sieci neuronowej *ANN*, którą to funkcją może być suma kwadratów błędów lub suma wartości bezwzględnych błędów [7];

$f_{\max}$ – maksymalna wartość funkcji przystosowania.

Sieci charakteryzujące się większym współczynnikiem *temp* podlegają intensywniejszym mutacjom zgodnie z formułą [7]:

$$w_{ij} \leftarrow w_{ij} + \Delta w_{ij}\ , \tag{2.1.2}$$

gdzie $\Delta w_{ij}$ to zmienna losowa o rozkładzie normalnym z wartością średnią 0 i odchyleniem standardowym równym *temp*.

Algorytm ewolucyjnego programowania sieci neuronowych *EPNet* (ang. *Evolutionary Programming of Neural Networks*) koduje ANN za pomocą macierzy incydencji neuronów oraz macierzy wag synaptycznych [176]. Modyfikacji podlegają wagi połączeń synaptycznych, biasy, liczby neuronów oraz połączenia synaptyczne. Algorytm stosuje się do uczenia sieci jednokierunkowej [176].

Algorytm *EPNet* porównano dla benchmarku *Australian Credit Approval* z innymi algorytmami ewolucyjnymi [101]. Sieci były wstępnie wytrenowane za pomocą algorytmu wstecznej propagacji błędu. Sieci kodowano za pomocą macierzy incydencji. Operacja krzyżowania polegała na losowej wymianie między dwiema sieciami wag połączeń synaptycznych w warstwie ukrytej. Użytkownik określał maksymalną liczbę neuronów w warstwach ukrytych. Ponadto zachodziła redukcja neuronów w warstwie ukrytej z zadanym prawdopodobieństwem. Po usunięciu neuronu odbywało się uczenie zmodyfikowanej sieci. Losowo usuwano połączenia synaptyczne z prawdopodobieństwem proporcjonalnym do rangi, jak niżej [176]:

$$ranga\left(w_{ij}\right) = \frac{\sum_{tl=1}^{TL} w_{ij}^{\prime tl}}{\sqrt{\sum_{tl=1}^{TL} (w_{ij}^{\prime tl} - \overline{w_{ij}^{\prime tl}})^2}}\ , \tag{2.1.3}$$

gdzie:

*TL* – liczba elementów w zbiorze uczącym;

*tl* – *numer* elementu ze zbioru uczącego;

*ranga*($w_{ij}$) – ranga wagi synaptycznej $w_{ij}$;

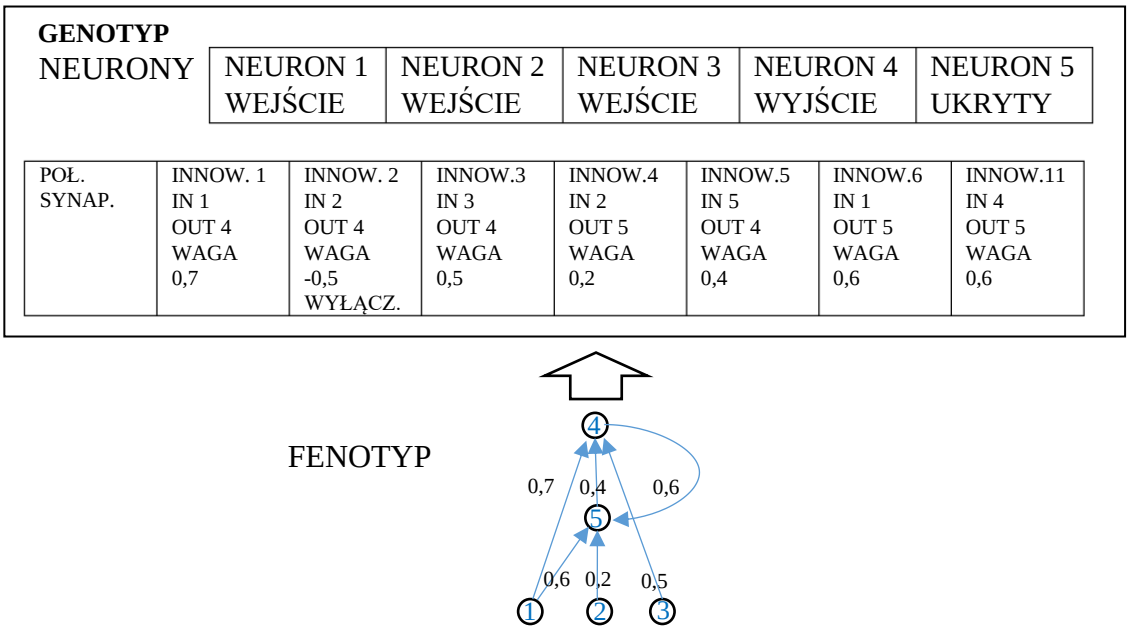
$w_{ij}^{\prime tl}$ – waga $w_{ij}$ zmodyfikowana o gradient podczas ostatniej epoki procesu uczenia po przetworzeniu przykładu nr *tl* ze zbioru uczącego;

$\overline{w_{ij}^{\prime tl}}$ - średnia ze wszystkich wartości $w_{ij}^{\prime tl}$ dla danego zbioru uczącego.

## 2.2 Kanoniczne ewolucyjne sieci neuronowe

Algorytm GHANN (ang. *Genetic Hopfield Artificial Neural Networks*) dokonuje ewolucji sztucznych sieci neuronowych Hopfielda [14]. Modyfikacji podlegają poziomy aktywacji poszczególnych neuronów. W [88, 121] opisano algorytm ENS$^3$ (*ang. Evolution of Neural Systems by Stochastic Synthesis*), w którym prawdopodobieństwo mutacji jest stałe dla każdego neuronu oraz dla każdego połączenia synaptycznego.

W algorytmie NEAT (ang. *NeuroEvolution of Augmenting Topologies)* kodowanie sieci wielowarstwowych obejmuje listę ponumerowanych neuronów oraz listę połączeń między nimi [148, 150]. Połączenie synaptyczne cechują: wartości wag, numery łączonych neuronów, flaga aktywności oraz numer połączenia (rys. 2.1). Algorytm NEAT zastosowano do sterowania pojazdem w symulatorze [152] oraz do sterowania awatarami w grze komputerowej [135, 136].




Rys. 2.1 Kodowanie fenotypu za pomocą genotypu w algorytmie NEAT.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [150]

Populacja początkowa składa się z modeli sieci wielowarstwowych bez warstwy ukrytej oraz z jedną warstwą ukrytą o zadanej liczbie neuronów. W algorytmie mogą być przetwarzane również typu LSM (*ang. liquid state machines*). W każdej iteracji dodawane są neurony lub połączenia synaptyczne [148]. W [81] zaproponowano usuwanie połączeń synaptycznych oraz losową modyfikację wag synaptycznych. Za pomocą operatora krzyżowania dwóch rodziców wyznacza się jednego potomka (rys. 2.2), który dziedziczy wszystkie połączenia synaptyczne od obu rodziców. W wypadku, gdy ta sama krawędź występuje u obu rodziców, to jej waga jest losowana spośród obu wag rodziców. Podział modeli sieci w populacji na gatunki opiera się na następującej mierze odległości między dwiema sieciami [150]:

$$DIST_{NEAT} = \frac{C_1 * E_{Excess}}{N_{NEAT}^{Max}} + \frac{C_2 * E_{Disjoint}}{N_{NEAT}^{Max}} + C_3 * \overline{W}, \tag{2.2.1}$$

gdzie:

$E_{Excess}$ – liczba połączeń synaptycznych, które występują tylko u jednego osobnika, przy czym numery tych połączeń są inne niż numery połączeń wspólnych dla obu sieci;

$E_{Disjoint}$ – liczba połączeń synaptycznych, które występują tylko u jednego osobnika, przy czym ich numery należą do przedziału numerów połączeń wspólnych dla obu sieci;

$\overline{W}$ – średnia różnica wag dla tych samych połączeń synaptycznych;

$N_{NEAT}^{Max}$ – liczba połączeń synaptycznych, która jest większa dla obu sieci;

$C_1$, $C_2$, $C_3$ – wagi miary odległości.

Domyślnymi wartościami są $C_1 = C_2 = 1{,}0$ oraz $C_3 = 0{,}5$ [198]. W literaturze przedmiotu proponuje się również stosowanie wartości $C_1 = C_2 = 1{,}0$; $C_3 = 0{,}4$ w [150] oraz $C_1 = C_2 = 1{,}0$; $C_3 = 3{,}0$ w [149, 150].

Osobniki odległe od siebie o co najwyżej $DIST_t$ jednostek należą do tego samego gatunku. Wartość $DIST_t$ jest uzależniona od numeru populacji. W każdej epoce sieci jest przydzielana wartość funkcji przystosowania. Następnie jest ona normalizowana poprzez podzielenie przez sumę odległości wybranej ANN do pozostałych sieci w ramach gatunku. Warto również podkreślić, że w gatunku liczba osobników ulega zmianom zgodnie z poniższą formułą [150]:

$$\overline{S_d} = \frac{\overline{F_d'}}{\sum_{d=1}^{Species(S)} \overline{F_d'}} * L_{max}, \tag{2.2.2}$$

gdzie:

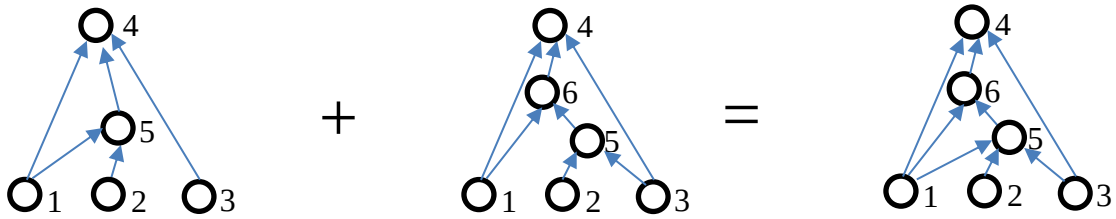
$d$ – liczba gatunków w populacji;

$\overline{S_d}$ – liczba sieci należących do gatunku nr $d$;

$\overline{F'_d}$– średnia znormalizowanego przystosowania sieci należących do gatunku nr $d$;

$L_{max}$ – liczebność populacji.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| RODZIC 1 | 1<br>1->4 | 2<br>2->4<br>WYŁ. | 3<br>3->4 | 4<br>2->5 | 5<br>5->4 | | | 8<br>1->5<br>ROZŁ. | | |
| RODZIC 2 | 1<br>1->4 | 2<br>2->4<br>WYŁ. | 3<br>3->4 | 4<br>2->5 | 5<br>5->4<br>WYŁ. | 6<br>5->6<br>ROZŁ. | 7<br>6->4<br>ROZŁ. | | 9<br>3->5<br>NADM. | 10<br>1->6<br>NADM. |
| POTOMEK | 1<br>1->4 | 2<br>2->4<br>WYŁ. | 3<br>3->4 | 4<br>2->5 | 5<br>5->4<br>WYŁ. | 6<br>5->6 | 7<br>6->4 | 8<br>1->5 | 9<br>3->5 | 10<br>1->6 |




RODZIC 1 RODZIC 2 POTOMEK

WYŁ. – gen wyłączony, ROZŁ. – gen rozłączny, NADM. – gen nadmiarowy.

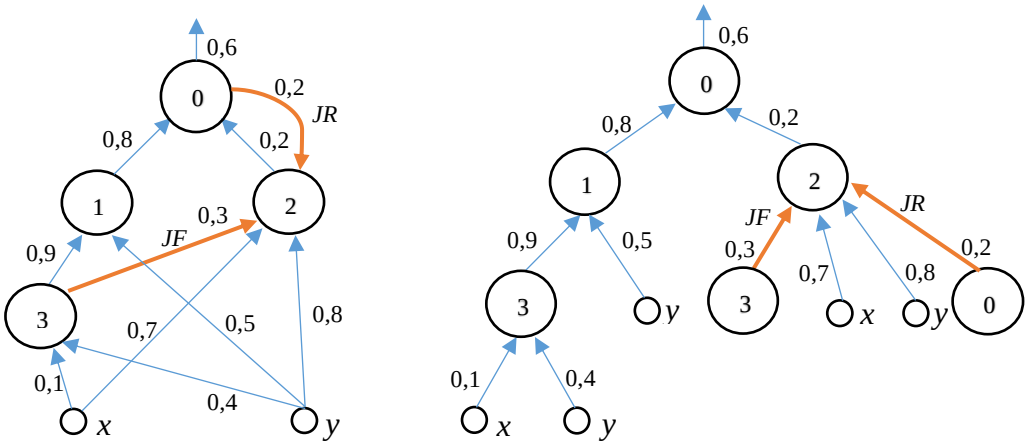
Rys. 2.2 Zasada działania operatora krzyżowania w algorytmie NEAT.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [148]

W algorytmie HyperNEAT ewolucji podlega sieć neuronowa typu CPPN (ang. *Compositional Pattern Producing Network*) [62]. Algorytm HyperNEAT zastosowano do ekstrakcji cech ze zdjęć satelitarnych [166]. W [92] i [143] opisano algorytm EANT (*ang. evolutionary acquisition of neural topologies*). Na rys. 2.3 zaprezentowano kodowanie przykładowej sieci. Uwzględnia się połączenia rekurencyjne oraz połączenia prowadzące do kolejnych warstw sieci. Sieć można przekształcić w drzewo, w którym każdy wierzchołek ma dokładnie jednego rodzica reprezentującego wyjście z neuronu. Korzeniem drzewa jest wyjście sieci. Wierzchołki znajdujące się na kolejnych poziomach drzewa odpowiadają neuronom połączonym z neuronami znajdującymi się w poprzedniej warstwie drzewa. Wartość na wyjściu sieci neuronowej oblicza się na podstawie

kolejnych symboli genomu liniowego (od prawej do lewej) w sposób analogiczny do interpretacji wyrażeń postfiksowych.

a) oryginalna sieć neuronowa

b) sieć w formacie drzewa




c) genom w formie liniowej

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *N* 0<br>*W*=0,6 | *N* 1<br>*W*=0,8 | *N* 3<br>*W*=0,9 | *I x*<br>*W*=0,1 | *I y*<br>*W*=0,4 | *I y*<br>*W*=0,5 | *N* 2<br>*W*=0,2 | *JF* 3<br>*W*=0,3 | *I x*<br>*W*=0,7 | *I y*<br>*W*=0,8 | *JR* 0<br>*W*=0,2 |

Rys. 2.3 Sposób kodowania sieci neuronowych w algorytmie EANT.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [143]

W algorytmie EANT można wyróżnić następujące etapy: eksploatacji strukturalnej, selekcji oraz eksploracji strukturalnej. Eksploatacja strukturalna polega na optymalizacji wag sieci neuronowej, a selekcja opiera się na selekcji rankingowej. Eksploracja strukturalna odpowiada mutacji dodawania połączeń między neuronami lub dodawania grupy neuronów. Algorytm EANT zastosowano do sterowania podwójnym odwróconym wahadłem [92] oraz sterowania robotem na podstawie danych z kamery [143].

W algorytmie SUNA (ang. *Spectrum-Diverse Neuroevolution with Unified Neural Model*) sieć neuronowa jest kodowana za pomocą list neuronów oraz wag synaptycznych [164]. Lista neuronów zawiera również rodzaje funkcji aktywacji, parametry szybkości reakcji neuronu na zmianę impulsów wejściowych oraz parametry neuromodulacji (ang. *neuromodulation*). Wyznacza się: liczbę neuronów, liczbę połączeń synaptycznych, wagi synaptyczne, parametry neuromodulacji, funkcje aktywacji oraz parametry szybkości reakcji neuronu na zmianę impulsów wejściowych. Algorytm zastosowano do aproksymacji funkcji.

## 2.3 Modułowe ewolucyjne sieci neuronowe

W algorytmie ewolucyjnym ModNet modele sieci neuronowe opierają się na modułach (ang. *model-modules*) [44], które obejmują grupę połączonych ze sobą neuronów. Operator mutacji może modyfikować wagi, dodawać lub usuwać moduły z listy. Operacja krzyżowania polega na wymianie modułów modelowych między sieciami. Algorytm zastosowano do stabilnego utrzymania obiektu latającego na zadanej wysokości [44].

W algorytmie ICONE (ang. *Interactively Constrained Neuro-Evolution Approach for Behavior Control of Complex Robots*) sieć wielowarstwowa jest kodowana za pomocą listy połączeń synaptycznych, listy funkcji aktywacji neuronów oraz neuro-modułów [130]. Algorytm może zwiększać liczbę warstw w sieci neuronowej. Wyznaczane mogą być również funkcje aktywacji neuronów [129]. Algorytm zastosowano do sterowania humanoidalnym robotem. Wyróżnikiem algorytmu jest to, że interfejs użytkownika wizualizuje strukturę sieci oraz można modyfikować proces ewolucyjny podczas działania algorytmu. Użytkownik również decyduje o podziale sieci na moduły.

W algorytmie DXNN (ang. *Discover & eXplore Neural Network*) sieć kodowana jest jako lista neuronów oraz lista wag synaptycznych [139]. Kodowanie ma hierarchiczny charakter, w którym elementem pierwszego poziomu jest rdzeń połączony z sensorami wyjściowymi. W jego skład wchodzą podrdzenie, które są odpowiednikiem modułów lub neuro-modułów. W skład podrdzeni wchodzą neurony. Wyznaczane są: zbiór neuronów, zbiór połączeń synaptycznych, wagi, biasy oraz funkcje aktywacji. W [140] opisano wykorzystanie algorytmu DXNN do nawigowania robotem w labiryncie (ang. *t-maze problem*).

W algorytmie ENSO (ang. *Evolution of Network Symmetry and mOdularity*) modułem jest podsieć używana podczas ewolucji sieci [163]. W celu przechowania informacji o regularnościach podczas ewolucji każdemu neuronowi oraz każdemu połączeniu synaptycznemu przypisuje się pewien kolor. Ewolucji podlega symetria sieci oraz parametry modułów. Ewolucja symetrii polega na stopniowym komplikowaniu struktury sieci w taki sposób, aby była ona coraz mniej symetryczna. Sieć cechuje się mniejszą symetrią, jeśli istnieje mniejsza liczba permutacji wierzchołków, które zachowują jego kolorowanie [23]. Algorytm ENSO zastosowano do sterowania czteronogim robotem [163].

W symbiotycznym algorytmie SANE (*ang. Symbiotic, Adaptive Neuro-evolution*) położono nacisk na koewolucyjny charakter algorytmu. Konstruowane są sieci

o określonych przez użytkownika cechach: liczbie warstw sieci oraz liczbie neuronów [114]. Wartość funkcji przystosowania pojedynczych neuronów dzielona jest przez liczbę sieci, w których znajduje się zadany neuron. W koewolucyjnym algorytmie ESP (*ang. Enforced SubPopulation*) [69] na uwagę zasługuje operacja mutacji, która polega na modyfikacji wag zgodnie z rozkładem *Cauchy'ego* w celu uniknięcie przedwczesnej zbieżności algorytmu. Algorytm ESP zastosowano do sterowania rakietą [69] oraz do projektowania układów scalonych [70].

Algorytmem koewolucyjnym jest również CoSyNE (ang. *Cooperative Synapse Neuroevolution*) [71]. Ewolucji podlegają wagi połączeń synaptycznych. Po ocenie skonstruowanych sieci neuronowych, 25% najlepszych z nich w sensie funkcji fitness podlega krzyżowaniu. Algorytm CoSyNE zastosowano do sterowania odwróconym wahadłem [71].

## 2.4 Modelowanie ewolucyjnych systemów neuronowych

Modelowanie matematyczne algorytmu neuro-ewolucyjnego jest w dużym stopniu oparte na pracach [20, 43, 67, 178]. Głównymi elementami, które mogą podlegać zmianie w sztucznej sieci neuronowej w ramach neuro-ewolucji są: architektura sieci, wagi połączeń neuronowych oraz funkcje aktywacji. Sieć może być traktowana jako kombinacja architektury, wag oraz funkcji aktywacji. Strukturę sieci neuronowych modeluje się zazwyczaj za pomocą grafów.

Graf skierowany z wagami reprezentuje architekturę sieci neuronowych. Wierzchołki grafu reprezentują neurony sieci. Krawędzie grafu odpowiadają połączeniom między neuronami. W [178] przedstawiono definicje dla sieci *feed-forward* oraz sieci rekurencyjnych.

Niech populacja będzie rozumiana jako populacja sieci neuronowych. Rozróżnia się *operatory genetyczne* od *operacji genetycznych*. Mianem *operatora genetycznego* określa się przekształcenie przyjmujące jako parametr wejściowy pewien podzbiór populacji oraz zwracający jego modyfikację. Mianem *operacji genetycznej* określa się przekształcenie całej populacji za pomocą operatora genetycznego. Operatory genetyczne mają charakter probabilistyczny, nie są one funkcjami matematycznymi. Zazwyczaj wartości funkcji przystosowania dla poszczególnych osobników są niezależne od siebie [43]. Na podstawie tych ocen przydziela się wartość funkcji przystosowania osobnikom należącym do populacji.

Algorytmy genetyczne dopuszczają operatory krzyżowania, które konstruują co najmniej dwa osobniki potomne. Powyższa definicja może zostać rozszerzona na powyższą sytuację. Operacja krzyżowania zostawia część populacji bez zmian, natomiast pozostała część populacji zostaje zastąpiona potomkami powstającymi w wyniku zastosowania operatora krzyżowania.

## 2.5 Wnioski i uwagi

Pionierskie prace dotyczące algorytmów neuro-ewolucyjnych bardzo często korzystały z idei symulowanego wyżarzania (algorytmy GNARL i EPNet). Operatory krzyżowania zaczęto stosować dopiero wtedy, gdy sposób kodowania sieci to umożliwił (algorytm NEAT). Algorytmy ICONE oraz DXNN umożliwiają implementowanie różnorodnych wariantów algorytmów neuro-ewolucyjnych. Stosowano również ograniczenie przestrzeni poszukiwań. Wśród algorytmów neuro-ewolucyjnych można również znaleźć algorytmy koewolucyjne (ESP, SANE, CoSyNe).

Neuro-ewolucja jest intensywnie rozwijaną dziedziną wiedzy, o czym świadczy powstawanie nowych algorytmów neuro-ewolucyjnych, jak chociażby algorytm *SUNA* [164]. Zaledwie kilka algorytmów neuro-ewolucyjnych zastosowano do badania wiarygodności kredytowej.

Autorowi dysertacji nie udało się znaleźć prac ujawniających zastosowania algorytmów neuro-ewolucyjnych do wielokryterialnego badania wiarygodności kredytowej klientów banku. Jest to dosyć duża luka, gdyż wielokryterialne podejście do oceny wniosków kredytowych pozwala na dokładniejszą ocenę ryzyka związanego z udzieleniem kredytu. Uwzględnienie wielu czynników, takich jak historia kredytowa, dochody, zatrudnienie, zobowiązania finansowe i inne, daje pełniejszy obraz zdolności kredytowej i wiarygodności finansowej wnioskodawcy.

Ponadto dzięki analizie wielu kryteriów banki mogą lepiej przewidzieć, które wnioski mają większe prawdopodobieństwo niewypłacalności. To pozwala na bardziej precyzyjne decyzje kredytowe, zmniejszając ryzyko udzielenia kredytu osobom lub firmom, które mogą mieć trudności z jego spłatą. Wielokryterialne algorytmy neuro-ewolucyjne mogą umożliwić dostosowanie oceny do specyficznych okoliczności każdego klienta, zamiast opierać się na jednolitych kryteriach dla wszystkich. To zwiększa szanse na udzielenie kredytu odpowiednim osobom, które mogą nie spełniać wszystkich standardowych wymogów, ale mimo to mają zdolność kredytową.

# 3 Kredytowe sytuacje decyzyjne i kryteria do szacowania wiarygodności wniosków

Sprawne przydzielanie kredytów wiarygodnym klientom indywidualnym i podmiotom gospodarczym znacząco wspiera rozwój gospodarczy. Dlatego też kraje rozwinięte, takie jak Japonia, Włochy, Singapur czy też Stany Zjednoczone zajmują czołowe miejsca w rankingu zadłużenia mierzonego w stosunku do wielkości produktu krajowego brutto PKB [212]. W związku z tym kluczowe są kredytowe sytuacje decyzyjne i metody przydziału kredytów. W rozprawie rozpatruje się kredyty udzielane osobom fizycznym, przy czym eksperymentalna weryfikacja opracowanych modeli zachodzi na podstawie dostępnych literaturze przedmiotu benchmarków kredytowych.

Wiarygodność kredytowa to „zdolność podmiotu ubiegającego się o kredyt, do spłaty rat kredytu (rozumianych jako kapitał z odsetkami) w umownych terminach płatności" [201]. Wiarygodność kredytowa nie jest immanentną cechą charakteryzującą podmiot, lecz oceną wystawioną wnioskodawcy przez kredytodawcę [158]. Do oceny zdolności kredytowej osób fizycznych zazwyczaj stosowane jest kryterium w skali punktowej (ang. *scoring*). W Stanach Zjednoczonych w *Ustawie o równości szans w udzieleniu kredytu* (*ang. The Equal Credit Opportunity Act*) zdefiniowano scoring kredytowy jako system "wprowadzony w rezultacie doświadczenia – uzasadnionego dowodami i statystykami oraz oparty na danych wywodzących się z empirycznego porównania przykładowych grup wiarygodnych i niewiarygodnych kredytowo kandydatów, którzy ubiegali się o kredyt w pewnym przedziale czasowym" [108]. Zauważa się, że „scoring kredytowy jest stosowany w celu oceny zdolności kredytowej kandydatów przy respektowaniu uzasadnionego interesu kredytodawcy" [108]. Ocena może być okresowo weryfikowana z wykorzystaniem metod statystycznych, a w uzasadnionych wypadkach metody powinny być modyfikowane w celu poprawienia jakości prognozy [108]. Ponadto rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady Europy postuluje, aby każdy automatyczny proces podejmowania decyzji – włączając w to decyzje kredytowe – zawierał istotne informacje opisujące proces podejmowania decyzji [24].

Stosowanie podejścia jednokryterialnego opartego na scoringu kredytowym nie jest pozbawione wad. Przykładowo ta sama wartość może być przypisana kilku potencjalnym kredytobiorcom. Pełniejszym podejściem do oceny wiarygodności kredytowej jest analiza wielokryterialna, w której za pomocą wybranych kryteriów ocenia się wiarygodność wniosku kredytowego.

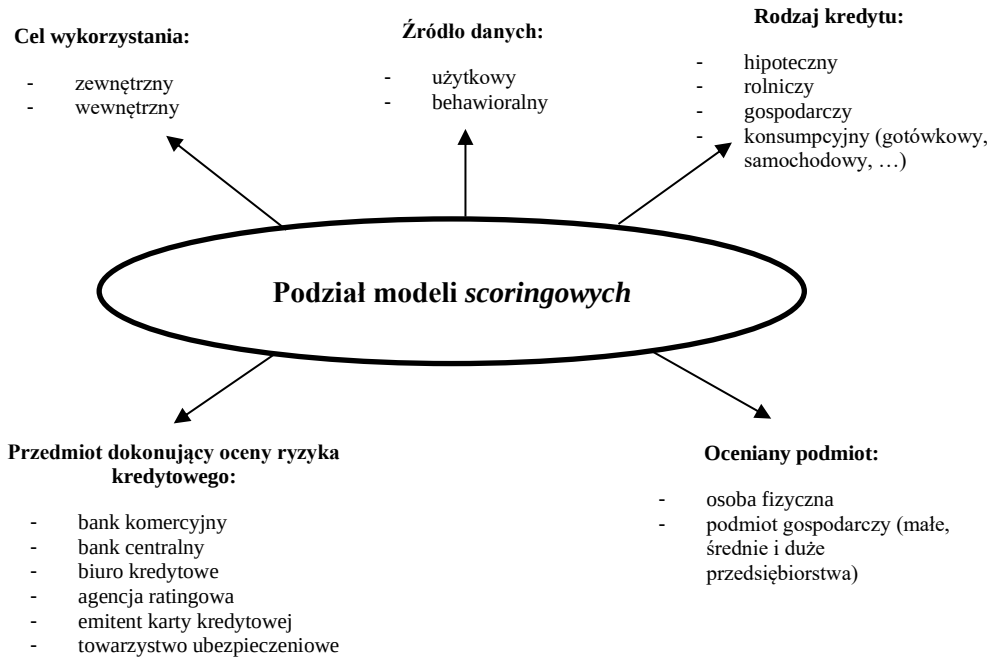
Mester definiuje ocenę wiarygodności kredytowej jako „ryzyko kredytowe ubiegających się o pożyczkę" [110], gdyż „wykorzystując dane historyczne i techniki statystyczne, staramy się rozróżnić oddziaływanie u osób ubiegających się o kredyt poszczególnych cech charakterystycznych, które mają wpływ na spłatę zobowiązań". Można klasyfikować kredytobiorców do kilku kategorii ryzyka. Ponadto analizie podlegają dostępne w banku dane historyczne o udzielonych pożyczkach, co umożliwia wyznaczenie istotnych cech pożyczkobiorcy do prognozy spłaty pożyczki. Efektywna metoda oceny powinna przyznawać więcej punktów kredytobiorcom, którzy będą terminowo wywiązywać się z zobowiązań [110].

Metoda oceny wiarygodności kredytowej to „matematyczno-statystyczny sposób oceny zdolności kredytowej" [108]. Do wyznaczania oceny wiarygodności kredytowej stosuje się również metody sztucznej inteligencji, w tym systemy eksperckie, sztuczne sieci neuronowe oraz algorytmy genetyczne [108]. Podejście polega na ocenie wnioskodawcy na podstawie zweryfikowanych danych we wniosku kredytowym.

Scoring behawioralny (ang. *behavioral scoring*) polega na wyznaczaniu oceny zdolności kredytowej wnioskodawców, którzy wcześniej współpracowali z bankiem. Danymi wejściowymi, oprócz danych z wniosku kredytowego, mogą być dodatkowe dane posiadane przez bank z innych źródeł, np. struktura wydatków, wysokość wpływów czy też historyczny stan wykorzystania limitu kredytowego. Umożliwia to minimalizację ryzyka z tytułu niewywiązania się klienta z zobowiązań oraz maksymalizację zysku banku wynikającego ze spłaty kredytu.

Ocena wiarygodności kredytowej polega zazwyczaj na binarnej klasyfikacji wniosków kredytowych. Heurystyka lub ekspert może każdej z rozpatrywanych cech wnioskodawcy przydzielać zadaną liczbę punktów. Jeżeli sumaryczna punktacja przekracza poziom akceptacji, to kredyt zostaje przyznany. Stosowana może być również wielowartościowa klasyfikacja zaliczająca wniosek do wybranej klasy odpowiadającej stopniu ryzyka na podstawie uzyskanej oceny punktowej.

Metody oceny wiarygodności kredytowej można podzielić w zależności od rodzaju wnioskodawcy na przeznaczone dla: osób fizycznych lub podmiotów gospodarczych, w tym małych, średnich i dużych przedsiębiorstw (rys. 3.1). Możliwy jest również podział metod według przeznaczenia kredytu, np. na hipoteczne, kredyty rolnicze, gospodarcze czy też konsumpcyjne. Adekwatne modele dla wybranych klas produktów kredytowych wykorzystują odmienne dane wejściowe do oceny wiarygodności kredytowej.




Rys. 3.1 Taksonomia modeli scoringowych.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [108]

Podział modeli scoringowych ze względu na miejsce analizy pozwala wyróżnić modele o zastosowaniu zewnętrznym, jeśli podmiot wykorzystujący model świadczy usługi obliczania wiarygodności kredytowej na rzecz innych podmiotów. Podmiotami świadczącymi takie usługi są: banki centralne, agencje ratingowe czy też biura kredytowe. Natomiast modele o zastosowaniu wewnętrznym wyznaczają wiarygodność kredytobiorców na potrzeby instytucji je opracowujących. Klasyfikacja wg rodzaju podmiotu dokonującego oceny scoringowej pozwala wyróżnić modele opracowane przez bank komercyjny, bank centralny, biuro kredytowe, agencję ratingową czy też emitenta kart kredytowych.

## 3.1 Przegląd kredytowych sytuacji decyzyjnych i metod oceny wiarygodności kredytobiorców

Podjęcie właściwej decyzji kredytowej jest dla instytucji finansowej niezwykle istotne, gdyż część jej dochodów pochodzi ze spłacanego przez kredytobiorców oprocentowania i marż od kredytów. Ocena zdolności kredytowej ma za zadanie odfiltrować wnioski, które nie są wiarygodne. Oznacza to przyznanie kredytów osobom, które je spłacą. Warto podkreślić, że kryzys bankowy w latach 2008-2010 był spowodowany zbyt intensywnym

przyznawaniu pożyczek hipotecznych osobom niewiarygodnym kredytowo w Stanach Zjednoczonych w sytuacji, kiedy wartości nieruchomości zaczęły spadać, co pokazuje, jak ważne jest rzetelne ocenianie ryzyka wniosków kredytowych.

Sposób oceny możliwości kredytowych opierający się na opinii pracownika banku cechuje się dużą subiektywnością [108, 158]. Metoda ta jest również bardzo pracochłonna. Możliwe są również nadużycia. Powyższe wady można minimalizować za pomocą algorytmów do oceny wiarygodności wniosków, które to oceny są weryfikowane przez ekspertów. Za pioniera tego podejścia uznaje się Duranda, który zaproponował metodę oceny wiarygodności kredytowej opierającą się na zasadzie kojarzenia cech wnioskodawców [46]. W latach czterdziestych XX. wieku w amerykańskich instytucjach finansowych doświadczeni pracownicy spisywali zasady, wg których odróżniano klientów wiarygodnych od niewiarygodnych. Dzięki takiemu podejściu nowo zatrudnione osoby mogły w pewnym stopniu przejąć doświadczenie oraz wiedzę poprzedników [157].

Z połączenia metody statystycznej Duranda oraz metody wydobywania wiedzy od ekspertów dziedzinowych wyłoniły się metody oceny wiarygodności. Pierwszą firmą doradczą, która specjalizowała się w modelach scoringu kredytowego była organizacja Fair, Isaac and Company (obecnie FICO) w 1956 r. [157].

W latach 60. XX wieku amerykański rynek kart kredytowych przeżywał okres rozkwitu, co zachęciło do prowadzenia badań nad metodami scoringowymi. Ważne było uwzględnienie regulacji prawnych, które zabroniły odrzucania wniosków kredytowych przy braku dowodów statystycznych [157]. Wymusiło to zbieranie danych dotyczących potencjalnych kredytobiorców oraz statystyczne weryfikowanie podjętych decyzji kredytowych. Następnie, dynamiczny rozwój rynku usług finansowych w latach 80. XX wieku przyczynił się do rozpowszechnienia metod scoringowych w Wielkiej Brytanii. Liczba wniosków o przyznanie karty kredytowej osiągnęła poziom, przy którym nie mogło być już mowy o tradycyjnej analizie. Nowoczesne procesy udzielania kredytów są oparte o metody sztucznej inteligencji. Przykładem tego jest model e-scoringu, który pozwala na przyznanie kredytu na podstawie wniosku internetowego [108].

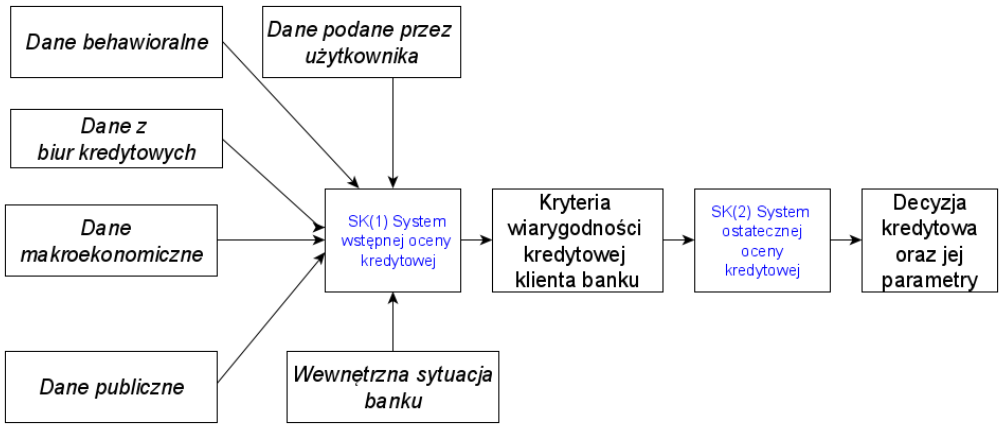
## 3.2 Dane dotyczące potencjalnych kredytobiorców

Grupy danych wejściowych, które opisują potencjalnego kredytobiorcę są zazwyczaj określane za pomocą schematu 6C [111]. Istotna jest zatem wola kredytobiorcy do spłaty kredytu (ang. *character*), zdolność kredytobiorcy (zarówno mentalna jak i majątkowa) do

spłaty kredytu (ang. *capacity*) oraz relacja kapitału własnego lub majątku do udzielonego kredytu (ang. *capital*). Poza tym wpływ na ocenę ma wartość oferowanego przez kredytobiorcę zabezpieczenia (ang. c*ollateral*), warunki cechujące zarówno kredytobiorcę, jak i jego otoczenie konkurencyjne (ang. c*onditions*) oraz zdolność do zachowania działalności (ang. *confidence*).

Rozważa się dane z wniosku, dane behawioralne oraz dodatkowe dane wnioskodawców [45]. Na diagramie systemu do oceny wiarygodności kredytowej (rys. 3.2) kursywą zaznaczono dane wejściowe wykorzystywane na poszczególnych etapach jego działania. Kolorem niebieskim opisano etapy podejmowania decyzji kredytowej. Uwypuklono następujące kategorie danych: dane podane przez użytkownika, dane behawioralne, dane z biur kredytowych, dane makroekonomiczne, dane publiczne oraz dane opisujące wewnętrzną sytuację banku. Na ich podstawie wyznaczane są wartości kryteriów wiarygodności kredytowej. Służą one do podjęcia decyzji kredytowej oraz określenia jej parametrów, takich jak maksymalna kwota udzielonego kredytu czy też wymagana wielkość rezerw odłożonych przez bank na potrzebę zabezpieczenia kredytu.

Dane weryfikujące wiarygodność kredytową mogą pochodzić z wniosku kredytowego, z bankowych danych behawioralnych lub z biur informacji kredytowej (rys. 3.2).




Rys. 3.2 Diagram systemu oceny wiarygodności kredytowej [108].

Dane behawioralne to dane o wydawanej miesięcznie przez klienta kwocie na wybrane kategorie wydatków (np. wyżywienie, czynsz, media), wysokości wpływów, stopień wykorzystania limitu kredytowego, średni stan konta w wybranym okresie, a także liczba dokonanych płatności [108].

Współdzielenie danych przez instytucje finansowe ułatwia identyfikację klientów niespłacających zobowiązań wobec banków, co w Polsce wspiera Biuro Informacji Kredytowej (BIK) [199]. W przypadku Biura Informacji Kredytowej przechowuje się: dane osobowe kredytobiorcy oraz listę zobowiązań wobec banków i SKOK-ów, w tym datę powstania zobowiązania, rodzaj zobowiązania, okres spłaty, walutę zobowiązania, terminowość spłat, sumaryczną kwotę zadłużenia, a także informacje o wszystkich rachunkach należących do kredytobiorcy [199]. Informacja o spłaconym zobowiązaniu jest przechowywana przez okres 12 lat od momentu jego wygaśnięcia.

Dane makroekonomiczne opisują stan gospodarki i zazwyczaj mają wpływ na szacowanie wartości charakteryzujących zdolność kredytową [158]. Przykładami danych makroekonomicznych są: etap cyklu koniunkturalnego w kraju, wartość PKB za ostatni rok, wysokość stóp procentowych, stan gospodarki światowej czy też koniunktura na giełdach światowych odzwierciedlona wartością ich indeksów [108].

Dane publiczne pochodzą ze źródeł o swobodnym dostępie [158]. W przypadku Wielkiej Brytanii są to dane o tym, czy wybrana osoba zarejestrowała się podczas ostatnich wyborów w okręgu wyborczym odpowiadającym jej adresowi. To może identyfikować osoby pracujące przy pracach dorywczych poza miejscem oficjalnego zamieszkania oraz osoby zmieniające miejsce zamieszkania, np. z powodu ucieczki przed wierzycielami. Przechowuje się również dane o liczbę niespłacanych długów. Ponadto możliwe jest wykorzystanie danych pochodzących z mediów społecznościowych [207].

W przypadku gospodarstw domowych danymi wejściowymi do systemu oceny wiarygodności klientów są miesięczne dochody, które w znacznym stopniu określają wysokość kredytu. Zbyt niskie dochody w odniesieniu do wysokości kredytu mogą wykluczyć wnioskodawcę [108]. Istotna jest również sytuacja mieszkaniowa oraz dzielnica zamieszkania klienta, w tym czas zamieszkania pod ostatnim adresem. Niezbędne dane dla kredytowej sytuacji decyzyjnej opisanej za pomocą modelu German Credit Data [196] zawiera tabela 3.2. W tym zbiorze danych liczebność wniosków kredytowych wynosi 1000.

Przykładowe dane objaśniające i objaśniane dla kluczowych kredytowych sytuacji decyzyjnych dostępne są w benchmarkach kredytowych, których cechy przedstawiono w tabelach: 3.2, 3.3, 3.4, 3.5. Dla każdego z benchmarków podano liczbę obserwacji oraz krótki opis atrybutów. Znane atrybuty oznaczano symbolami $\tilde{x}_l$, natomiast atrybuty zanimizowane symbolami $\widetilde{x_l'}$. W przypadku opisu różnych benchmarków atrybuty zanimizowane oznaczone tym samym symbolem mogą odpowiadać różnym atrybutom

rzeczywistym. Warto zauważyć, że benchmarki *Lending Club* oraz *Fannie Mae Single Family Loan Performance Data* są corocznie uaktualniane.

Tabela 3.1 Dane w modelu oceny sytuacji kredytowej *German Credit Data*

| Zmienne objaśniające |
|---|
| $\tilde{x}_0$ - identyfikator kredytu (zawierający identyfikator kredytobiorcy), $\tilde{x}_1$ - stan rachunku bieżącego [marki niemieckie - MN], $\tilde{x}_2$ - czas trwania kredytu [miesiące], $\tilde{x}_3$ - historia kredytowa [A30 - brak kredytów, A31 - wszystkie kredyty w rozpatrywanym banku spłacone terminowo, A32 - bieżące kredyty spłacono terminowo aż do chwili obecnej, A33 - występowały opóźnienia w spłacie, A34 - istnieją kredyty w innych bankach], $\tilde{x}_4$ - cel kredytu [A40 - nowy samochód, A41 - używany samochód, A42 - meble, A43 - radio/telewizor, A44 - sprzęt AGD, A45 - naprawy, A46 - szkolenia/edukacja, A47 - wakacje, A48 - przekwalifikowanie się, A49 - firma, A410 - pozostałe], $\tilde{x}_5$ - kwota kredytu [marki niemiecki - MN], $\tilde{x}_6$ - stan konta oszczędnościowego oraz posiadanych obligacji [A61 - mniej niż 100 MN, A62 - co najmniej 100 MN, mniej niż 500 MN, A63 - co najmniej 500 MN, mniej niż 1000 MN, A64 - co najmniej 1000 MN, A65 - wielkość nieznana/brak konta oszczędnościowego], $\tilde{x}_7$- długość trwania aktualnego zatrudnienia [lata], $\tilde{x}_8$ - rata kredytu (procent dochodu rozporządzalnego), $\tilde{x}_9$ - stan cywilny, $\tilde{x}_{10}$ - płeć [A91, A93, A94 - mężczyzna, A92, A95 - kobieta], $\tilde{x}_{11}$ - inni kredytobiorcy/żyranci [A101 - brak, A102 - współkredytobiorca, A103 - żyrant], $\tilde{x}_{12}$ - czas zamieszkania pod aktualnym adresem [lata], $\tilde{x}_{13}$ - posiadany majątek rzeczowy [A121 - nieruchomość, A122 - udział w kasie oszczędnościowo - mieszkaniowej/ubezpieczenie na życie, A123 - samochód, A124 - brak danych], $\tilde{x}_{14}$ – wiek [lata], $\tilde{x}_{15}$ - status posiadania domu [A151 - wynajem, A152 - własny dom, A153 - mieszkanie za darmo], $\tilde{x}_{16}$ - liczba kredytów zaciągniętych w rozpatrywanym banku, $\tilde{x}_{17}$ - status zawodowy [A171 - bezrobotny/niewykwalifikowany nierezydent, A172 - niewykwalifikowany rezydent, A173 - wykwalifikowany pracownik/urzędnik, A174 - menedżer/ samozatrudniony/wysoko wykwalifikowany pracownik], $\tilde{x}_{18}$ - liczba osób na utrzymaniu kredytobiorcy, $\tilde{x}_{19}$ - posiadanie telefonu [A191 - brak, A192 - zarejestrowany na kredytobiorca], $\tilde{x}_{221}$ - pozostałe plany ratalne [A141 - bankowy plan ratalny, A142 - sklepowy plan ratalny, A143 - brak], $\tilde{x}_{222}$ - czy kredytobiorca jest pracownikiem z zagranicy |
| *klasyfikacja kredytowa: $F_1$* - podział na klientów wiarygodnych i niewiarygodnych kredytowo |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [196]

Do danych często występujących w opisanych benchmarkach należą: *wiek kredytobiorcy, jego zarobki, cel pożyczki, stan cywilny, stan jego majątku, liczba osób będących na utrzymaniu, występowanie i czas trwania okresów niespłacania kredytów, scoring kredytowy*. Te informacje są często opisane w nieznacznie różny sposób, przez co mogą być one reprezentowane przez różne atrybuty. Zarobki mogą być opisywane w ujęciu miesięcznym lub rocznym, *scoring kredytowy* może być zaprezentowany w różnych skalach. W opisanych benchmarkach *scoring kredytowy* jest opisany m.in. przez atrybuty $\tilde{x}_{51}$, $\tilde{x}_{52}$, $\tilde{x}_{63}$, $\tilde{x}_{64}$, *dochód kredytobiorców* - $\tilde{x}_{25}$, $\tilde{x}_{35}$, $\tilde{x}_{36}$, *stan majątkowy kredytobiorcy* - $\tilde{x}_6, \tilde{x}_{13}, \tilde{x}_{33}$.

Tabela 3.2 Dane zawarte w benchmarku *Japanese Credit Screening*

| *Japanese Credit Screening, liczba obserwacji:* 125 |
|---|
| *dane wejściowe:* $\tilde{x}_0$ - identyfikator kredytu, $\tilde{x}_1$ - stan rachunku bieżącego [10000 jenów], $\tilde{x}_2$ - czas trwania kredytu [miesiące], $\tilde{x}_4$ - cel kredytu [komputer osobisty, samochód, zestaw stereo, biżuteria, sprzęt medyczny, rower, meble], $\tilde{x}_7$ - długość trwania aktualnego zatrudnienia [lata], $\tilde{x}_9$ - stan cywilny [wartość logiczna mówiąca o tym, czy osoba ma współmałżonka], $\tilde{x}_{10}$ - płeć [wartość logiczna mówiąca o tym, czy osoba jest kobietą], $\tilde{x}_{14}$ - wiek [lata], $\tilde{x}_{17}$ - status zawodowy [wartość logiczna mówiąca o tym, czy osoba jest bezrobotna], $\tilde{x}_{20}$ - czy osoba żyje na terenie zagrożonym klęskami żywiołowymi, $\tilde{x}_{21}$ - wysokość raty kredytu [10000 jenów] |
| *klasyfikacja kredytowa: $F_1$* - podział na klientów wiarygodnych i niewiarygodnych kredytowo |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [197]

Tabela 3.4 Dane zawarte w benchmarku *Australian Credit Approval*

| *Australian Credit Approval, liczba obserwacji:* 690 |
|---|
| *dane wejściowe:* 14 zanonimizowanych atrybutów: $\tilde{x}'_1, \ldots, \tilde{x}'_{14}$ - 6 numerycznych oraz 8 kategorycznych |
| *klasyfikacja kredytowa:* $F_1$ - podział na klientów wiarygodnych i niewiarygodnych kredytowo |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [195]

Tabela 3.5 Dane zawarte w benchmarku *Loan Default Prediction*

| *Loan Default Prediction, liczba obserwacji:* 200000 |
|---|
| *dane wejściowe:* 229 zanimizowanych atrybutów $\tilde{x}'_1, \ldots, \tilde{x}'_{229}$ opisujących wybrane operacje kredytowe |
| *klasyfikacja kredytowa:* parametrem wyjściowym jest *LGD* (*ang. loss given default*) [%] |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [194]

Tabela 3.6 Dane zawarte w benchmarku *Give Me Some Credit*

| *Give Me Some Credit* [191], *liczba obserwacji:*250 000 |
|---|
| *dane wejściowe:* $\tilde{x}_0$ - identyfikator kredytu, $\tilde{x}_{14}$ - wiek [lata], $\tilde{x}_{18}$ - liczba osób na utrzymaniu kredytobiorcy, $\tilde{x}_{22}$ - stopień wykorzystania odnawialnych linii kredytowych (limity kart kredytowych, kredyty odnawialne) [%], $\tilde{x}_{23}$ - liczba zdarzeń braku spłaty dowolnego zadłużenia trwających 30 - 59 dni w przeciągu 2 ostatnich lat, $\tilde{x}_{24}$ - wysokość wszystkich comiesięcznych płatności rat kredytów podzielona przez wysokość zarobków brutto [%], $\tilde{x}_{25}$ - miesięczny dochód [MU], $\tilde{x}_{26}$ - liczba zaciągniętych kredytów niehipotecznych, $\tilde{x}_{27}$ - liczba zdarzeń braku spłaty dowolnego zadłużenia trwających dłużej niż 90 dni w przeciągu 2 ostatnich lat, $\tilde{x}_{28}$ - liczba zaciągniętych kredytów hipotecznych, $\tilde{x}_{29}$ - liczba zdarzeń braku spłaty dowolnego zadłużenia trwających 60 - 89 dni w przeciągu 2 ostatnich lat |
| *klasyfikacja kredytowa:* przewidzenie $\tilde{x}_{31}$ - czy z osobą w przyszłości będzie związane zdarzenie niewypłacalności przekraczające 90 dni [wartość logiczna] |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [191]

Tabela 3.7 Dane zawarte w benchmarku *Lending Club* (cz. 1)

| *Lending Club* [192], *151 atrybutów*, *liczba obserwacji:* kilkaset tysięcy; benchmark jest uaktualniany corocznie o nowe dane |
|---|
| dane wejściowe: $\tilde{x}_0$ - identyfikator kredytu, $\tilde{x}_2$ - czas trwania kredytu [36 miesięcy, 60 miesięcy], $\tilde{x}_4$ - cel kredytu [konsolidacja długu, spłata karty kredytowej, naprawy domowe, zakup samochodu, wydatki medyczne, dofinansowanie posiadanej firmy, inne], $\tilde{x}_7$ - długość trwania aktualnego zatrudnienia [lata], $\tilde{x}_{15}$ - status posiadania domu [wynajem, posiadanie, z hipoteką, inny], $\tilde{x}_{31}$ - liczba linii kredytowych, na których kredytobiorcy zalega ze spłatą, $\widetilde{x_{32}}$ - liczba linii kredytowych otwartych w przeciągu 24 miesięcy, $\tilde{x}_{33}$ - stan zamieszkania kredytobiorcy [AK, AL, AR, AZ, CA, CO, CT, DC, DE, FL, GA, HI, IL, IN, KS , KY, LA, MA, MD, ME, MI, MN, MO, MS, MT, NC, ND, NE, NH, NJ, NM, NV, NY, OH, OK, OR, PA, RI, SC, SD, TN, TX, UT, VA, VT, WA, WI, WV, WY], $\tilde{x}_{34}$ - wykorzystanie wszystkich linii kredytowych [%], $\tilde{x}_{35}$ – roczny dochód głównego kredytobiorcy [$], $\tilde{x}_{36}$ – sumaryczny roczny dochód wszystkich kredytobiorców [$], $\tilde{x}_{37}$ - typ wniosku kredytowego [indywidualny/wspólny], $\tilde{x}_{38}$ - średnie saldo bieżące wszystkich linii kredytowych [$], $\tilde{x}_{39}$ - całkowita wysokość kredytu odnawialnego dostępna za pomocą kart bankowych [$], $\tilde{x}_{40}$ - stosunek obecnego stanu wszystkich linii kredytowych do limitu wszystkich linii kredytowych dla wszystkich kart bankowych, $\tilde{x}_{41}$ - liczba kredytów spisanych na straty w ciągu ostatnich 12 miesięcy, $\tilde{x}_{42}$ - opłaty windykacyjne związane ze spisywaniem kredytów na straty, $\tilde{x}_{43}$ - liczba niezapłaconych rachunków (bez opłat lekarskich) przekazanych do windykacji, $\tilde{x}_{44}$ - liczba zdarzeń niewypłacalności przekraczających 30 dni w przeciągu ostatnich dwóch lat, $\tilde{x}_{45}$ - sumaryczna kwota niespłaconych kredytów, w których uznano kredytobiorcę za niewypłacalnego, $\tilde{x}_{46}$ - opis słowny celu pożyczki, $\tilde{x}_{47}$ - wysokość wszystkich comiesięcznych płatności rat kredytów (bez raty hipotecznej i innych kredytów z *Lending Clubu*) podzielona przez wysokość zarobków brutto [%], $\tilde{x}_{48}$ - wysokość wszystkich comiesięcznych płatności rat kredytów (bez raty hipotecznej i innych kredytów z *Lending Clubu*) podzielona przez wysokość zarobków brutto z uwzględnieniem rat i zarobków współkredytobiorców [%], $\tilde{x}_{49}$ - data otwarcia pierwszej linii kredytowej [data], $\tilde{x}_{50}$ - nazwa stanowiska kredytobiorcy [tekst], $\tilde{x}_{51}$ - górna granica scoringu *FICO* przy udzielaniu kredytu, $\tilde{x}_{52}$ - dolna granica scoringu *FICO* przy udzielaniu kredytu, $\tilde{x}_{53}$ - kwota przeznaczona na kredyt na daną chwilę [$], $\tilde{x}_{54}$ - kwota kredytu zebrana przez inwestorów na daną chwilę [$]; |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [192]

Tabela 3.7 Dane zawarte w benchmarku *Lending Club* (cz. 2)

| *Lending Club* [192], *151 atrybutów, liczba obserwacji:* kilkaset tysięcy; benchmark jest uaktualniany corocznie o nowe dane |
|---|
| dane wejściowe: $\tilde{x}_{55}$ - stosunek aktualnego wykorzystania wszystkich linii kredytowych do ich sumarycznego limitu, $\tilde{x}_{56}$ - wewnętrzny status pożyczki w *Lending Clubie* [W,F], $\tilde{x}_{57}$ - liczba zapytań o raport kredytowy (pożyczki konsumpcyjne), $\tilde{x}_{58}$ - liczba zapytań o raport kredytowy w przeciągu 12 miesięcy, $\tilde{x}_{59}$ - liczba zapytań o raport kredytowy w przeciągu 6 miesięcy (bez kredytu samochodowego i hipotecznego), $\tilde{x}_{21}$ - wysokość raty kredytu [$], $\tilde{x}_{60}$ - oprocentowanie kredytu [%], $\tilde{x}_{61}$ - data zebrania całej kwoty kredytu [data], $\tilde{x}_{62}$ - ostatnia data wpłynięcia od inwestora środków na kredyt [data], $\tilde{x}_{63}$ - górna granica scoringu *FICO* na ostatnią datę wpłynięcia środków na kredyt, $\tilde{x}_{64}$ - dolna granica scoringu *FICO* na ostatnią datę wpłynięcia środków na kredyt, $\tilde{x}_{65}$ - wysokość ostatniej płatności kredytu [$], $\tilde{x}_{66}$ - data ostatniej płatności kredytu [data], $\tilde{x}_{67}$ - kwota pożyczki, o którą wystąpił kredytobiorca z uwzględnieniem ewentualnego późniejszego jej obniżenia przez dział kredytów [$], $\tilde{x}_{68}$ - status pożyczki [bieżąca, całkowicie spłacona, z opóźnieniem w spłacie (16 - 30 dni), z opóźnieniem w spłacie (31 - 120 dni), w okresie karencji, spisana na straty, niespłacona], $\tilde{x}_{69}$ - maksymalne saldo bieżące wszystkich kredytów odnawialnych [$], $\tilde{x}_{70}$ - identyfikator głównego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{71}$ - liczba miesięcy od zaciągnięcia najwcześniejszego kredytu, $\tilde{x}_{72}$ - liczba miesięcy od otwarcia najwcześniejszego kredytu odnawialnego, $\tilde{x}_{73}$ - liczba miesięcy od zaciągnięcia ostatniego kredytu, $\tilde{x}_{74}$ - liczba miesięcy od otwarcia ostatniego konta, $\tilde{x}_{28}$ - liczba zaciągniętych kredytów hipotecznych, $\tilde{x}_{76}$ - liczba miesięcy od ostatniego zdarzenia niewypłacalności, $\tilde{x}_{77}$ - liczba miesięcy od ostatniego zdarzenia pogorszenia ratingu kredytowego, $\tilde{x}_{78}$ - liczba miesięcy od ostatniej wzmianki w rejestrach urzędowych, $\tilde{x}_{79}$ - liczba miesięcy od zaciągnięcia ostatniego kredytu odnawialnego, $\tilde{x}_{80}$ - liczba miesięcy od ostatniego rozpoczęcia używania karty kredytowej lub debetowej, $\tilde{x}_{81}$ - liczba miesięcy od ostatniego zdarzenia braku terminowej spłaty zadłużenia związanego z kartą, $\tilde{x}_{82}$ - liczba miesięcy od ostatniego wniosku o kredyt w *Lending Clubie*, $\tilde{x}_{83}$ - liczba miesięcy od ostatniego zdarzenia braku spłaty zadłużenia związanego z kredytem odnawialnym, $\tilde{x}_{84}$ - data płatności następnej raty kredytu, $\tilde{x}_{85}$ - liczba kredytów ze zdarzeniem braku spłaty zadłużenia przekraczającym 120 dni, $\tilde{x}_{86}$ - liczba aktywnych kart debetowych i kredytowych, $\tilde{x}_{87}$ - liczba aktywnych kredytów odnawialnych, $\tilde{x}_{88}$ - liczba kart kredytowych i debetowych spełniających wymagania *Lending Clubu*, $\tilde{x}_{89}$-liczba kart kredytowych i debetowych, $\tilde{x}_{90}$ - liczba zaciągniętych kredytów, $\tilde{x}_{91}$ - liczba obecnie otwartych kredytów odnawialnych, $\tilde{x}_{92}$ - liczba zaciągniętych kredytów odnawialnych, $\tilde{x}_{93}$ - liczba kredytów odnawialnych z dodatnim saldem, $\tilde{x}_{94}$ - liczba kredytów spełniających wymagania *Lending Clubu*, $\tilde{x}_{95}$ - liczba zdarzeń braku spłaty zobowiązania przekraczających 120 dni w przeciągu 2 ostatnich lat, $\tilde{x}_{96}$ - liczba zdarzeń braku spłaty zobowiązania przekraczających 30 dni w przeciągu 2 ostatnich lat, $\tilde{x}_{27}$ - liczba zdarzeń braku spłaty dowolnego zadłużenia trwających dłużej niż 90 dni w przeciągu 2 ostatnich lat, $\tilde{x}_{97}$ - liczba kredytów zaciągniętych w przeciągu ostatnich 12 miesięcy, $\tilde{x}_{98}$ - liczba otwartych linii kredytowych w danych kredytobiorcy w biurze kredytowym, $\tilde{x}_{99}$ - liczba zaciągniętych kredytów w przeciągu ostatnich 6 miesięcy, $\tilde{x}_{100}$ - liczba zaciągniętych kredytów w przeciągu ostatnich 12 miesięcy, $\tilde{x}_{101}$ - liczba zaciągniętych kredytów w przeciągu ostatnich 24 miesięcy, $\tilde{x}_{102}$ - liczba aktywnych planów ratalnych, $\tilde{x}_{103}$ - liczba kredytów odnawialnych otworzonych w przeciągu ostatnich 12 miesięcy, $\tilde{x}_{104}$ - liczba kredytów odnawialnych otworzonych w przeciągu ostatnich 24 miesięcy, $\tilde{x}_{105}$ – pozostała do zebrania kwota kredytu, $\tilde{x}_{106}$ - pozostała do zebrania kwota kredytu podlegająca fundowaniu przez inwestorów, $\tilde{x}_{107}$ - procent posiadanych kredytów, dla których nie zanotowano zdarzenia braku spłaty zobowiązania [%], $\tilde{x}_{108}$ - procent kart debetowych i kredytowych z przekroczonym 75% limitu [%], $\tilde{x}_{109}$ - wewnętrzny kod produktu [tekst], $\tilde{x}_{110}$ - liczba udostępnionych publicznie danych godzące w reputację kredytobiorcy, $\tilde{x}_{111}$ - liczba wpisów o bankructwie w rejestrach urzędowych, $\tilde{x}_{112}$ - czy wdrożono plan naprawczy dla kredytu [wartość logiczna], $\tilde{x}_{113}$ - kwota odzyskana dla kredytów spisanych na straty [$], $\tilde{x}_{114}$ - całkowite saldo bieżące kredytów odnawialnych [$], $\tilde{x}_{115}$ - wykorzystanie salda kredytów odnawialnych [%], $\tilde{x}_{116}$ - podkategoria ratingu kredytowego przypisana przez *Lending Club* [1,2,3,4,5], $\tilde{x}_{117}$ - liczba zobowiązań podatkowych, $\tilde{x}_{119}$ - tytuł pożyczki nadany przez kredytobiorcę [tekst], $\tilde{x}_{120}$ - łączna kwota należności kredytowych [$], $\tilde{x}_{121}$ - całkowite saldo bieżące wszystkich kredytów [$], $\tilde{x}_{122}$ - całkowity limit kredytowy przypisany do kredytobiorcy [$], $\tilde{x}_{123}$ - liczba wszystkich linii kredytowych w rekordzie kredytobiorcy w biurze kredytowym, $\tilde{x}_{124}$ - całkowite saldo kredytowe z pominięciem kredytów hipotecznych [$], $\tilde{x}_{125}$ - całkowite saldo bieżące wszystkich kredytów [$], $\tilde{x}_{126}$ - całkowity limit kredytowy na kartach kredytowych i debetowych [$], $\tilde{x}_{127}$ - liczba kredytów zaciągniętych w *Lending Clubie*, $\tilde{x}_{128}$- całkowity limit dla kredytów ratalnych [$]; |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [192]

Tabela 3.7 Dane zawarte w benchmarku *Lending Club* (cz. 3)

| *Lending Club* [192], *151 atrybutów, liczba obserwacji:* kilkaset tysięcy; benchmark jest uaktualniany corocznie o nowe dane |
|---|
| dane wejściowe: $\tilde{x}_{129}$ - suma wpłat fundujących kredyt otrzymanych do chwili obecnej [$], $\tilde{x}_{130}$ - suma wpłat fundujących kredyt otrzymanych do chwili obecnej pochodzących od inwestorów [$], $\tilde{x}_{131}$ - suma odsetek spłaconych do chwili obecnej [$], $\tilde{x}_{132}$ - suma kar za opóźnienia wpłaconych do chwili obecnej [$], $\tilde{x}_{133}$ - suma kwoty głównej kredytu spłacona do chwili obecnej [$], $\tilde{x}_{134}$ - całkowity limit dla kredytów odnawialnych [$], $\tilde{x}_{135}$ - URL opisu kredytu, $\tilde{x}_{136}$-status weryfikacji dochodu [zweryfikowany, niezweryfikowany], $\tilde{x}_{137}$ - stan weryfikacji dochodu wszystkich kredytobiorców [zweryfikowany, niezweryfikowany], $\tilde{x}_{138}$ - kod pocztowy, $\tilde{x}_{139}$ - suma salda kredytów odnawialnych wszystkich kredytobiorców pomniejszona o salda występujące u kilku kredytobiorców, $\tilde{x}_{140}$ - górna granica scoringu *FICO* dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{141}$ - dolna granica scoringu *FICO* dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{142}$ - data otwarcia pierwszej linii kredytowej dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{143}$ - liczba zapytań o raport kredytowy w przeciągu 6 miesięcy (bez kredytu samochodowego i hipotecznego) dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{144}$ - liczba kredytów hipotecznych dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{145}$ - liczba otwartych linii kredytowych dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{146}$ - wykorzystanie salda kredytów odnawialnych przez drugiego kredytobiorcę, $\tilde{x}_{147}$ - liczba aktywnych planów ratalnych dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{148}$ - liczba kredytów odnawialnych zaciągniętych przez drugiego kredytobiorcę, $\tilde{x}_{149}$ - liczba kredytów spisanych na straty w ciągu ostatnich 12 miesięcy dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{150}$ - liczba niezapłaconych rachunków (bez opłat lekarskich) przekazanych do windykacji dla drugiego kredytobiorcy, $\tilde{x}_{151}$ - liczba miesięcy od ostatniego zdarzenia braku spłaty zobowiązania, $\tilde{x}_{152}$ - czy kredytobiorca jest objęty planem naprawczym [wartość logiczna], $\tilde{x}_{153}$ - typ planu naprawczego, $\tilde{x}_{154}$ - powód przedsięwzięcia planu naprawczego, $\tilde{x}_{155}$ - status planu naprawczego [czynny, trwający, odwołany, zakończony, niespłacany], $\tilde{x}_{156}$ - przewidywany czas trwania planu naprawczego [miesiące], $\tilde{x}_{157}$ - odsetki zadeklarowane do spłaty przez kredytobiorcę w czasie trwania planu naprawczego, $\tilde{x}_{158}$ - data początku okresu naprawczego, $\tilde{x}_{159}$ - data końca okresu naprawczego, $\tilde{x}_{160}$ - data pierwszej płatności w czasie okresu naprawczego, $\tilde{x}_{161}$ - czas trwania okresu naprawczego [miesiące], $\tilde{x}_{162}$ - liczba kredytów z opóźnieniem płatności w czasie rozpoczęcia planu naprawczego, $\tilde{x}_{163}$ - status pożyczki w czasie rozpoczęcia planu naprawczego [bieżąca, całkowicie spłacona, z opóźnieniem w spłacie (16 - 30 dni), z opóźnieniem w spłacie (31 - 120 dni), w okresie karencji, spisana na straty, niespłacona], $\tilde{x}_{164}$ - dodatkowe oprocentowanie pożyczki wdrożone na czas trwania planu naprawczego, $\tilde{x}_{165}$ - kwota salda spłaty na datę rozpoczęcia okresu naprawczego [$], $\tilde{x}_{166}$ - kwota ostatniej spłaty przed rozpoczęciem okresu naprawczego, $\tilde{x}_{167}$ - metoda otrzymania pożyczki [gotówka, przelew], $\tilde{x}_{168}$ - wskazuje, czy kredytobiorca, którego kredyt jest spisany na straty, współpracuje z firmą windykacyjną [wartość logiczna], $\tilde{x}_{169}$ - data ostatniego ustawienia flagi *debt_settlement_flag* [data], $\tilde{x}_{170}$ - status współpracy z firmą windykacyjną [zakończony, aktywny, zerwany, odwołany, odmówiono, w trakcie ustalania], $\tilde{x}_{171}$ - data zgody na współpracę z firmą zajmującą się spłatą zadłużenia [data], $\tilde{x}_{172}$ - kwota pożyczki, na którą kredytobiorca wyraził zgodę w ramach współpracy z firmą windykacyjną [$], $\tilde{x}_{173}$ - kwota zatwierdzona w ramach współpracy z firmą windykacyjną, [%], $\tilde{x}_{174}$ - czas współpracy z firmą windykacyjną [miesiące] |
| *klasyfikacja kredytowa:* wieloklasowego ratingu kredytowego $F_2$, parametrów: *LGD (ang. loss given default), EAD (ang. exposure at defaults)* |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [192]

Federalne Krajowe Stowarzyszenie Hipoteczne (FNMA), powszechnie znane jako Fannie Mae, jest przedsiębiorstwem wspieranym przez rząd Stanów Zjednoczonych Benchmark kredytowy Fannie Mae Single Family Loan Performance Data (tab. 3.8) to zbiór danych dotyczący wydajności kredytów hipotecznych udzielonych przez Fannie Mae [190]. Dane o kredytach hipotecznych to: typ kredytu, kwota kredytu, oprocentowanie, rodzaj stopy procentowej oraz termin spłaty. Cechy kredytobiorcy to: wynik kredytowy, stosunek zadłużenia do dochodu i status zatrudnienia. Firma udostępnia dane w ramach inicjatywy transparentności, aby wspierać badania w finansach.

Tabela 3.8 Dane zawarte w benchmarku *Fannie Mae Single Family Loan Performance Data*

| |
|---|
| *Fannie Mae Single Family Loan Performance Data* [190], *55 atrybutów, liczba obserwacji:* kilkaset tysięcy; benchmark jest uaktualniany corocznie o nowe dane |
| *dane wejściowe:*<br>*dane z wniosku kredytowego (ang. acquisition fields):*<br>$\tilde{x}_0$ - identyfikator kredytu, $\tilde{x}_{175}$ - identyfikator kanału sprzedaży pożyczki [od dystrybutora kredytów hipotecznych, od firmy niebędącej dystrybutorem kredytów hipotecznych, pożyczka od firmy niebędącej dystrybutorem kredytów hipotecznych sprzedana do dystrybutora kredytów hipotecznych], $\tilde{x}_{176}$ - nazwa podmiotu sprzedającego pożyczkę, $\tilde{x}_{60}$ - oryginalna stopa oprocentowania kredytu hipotecznego określona w dokumentach dotyczących kredytu hipotecznego [%], $\tilde{x}_{177}$ - oryginalne niespłacone saldo całkowitej kwoty kredytu [MU], $\tilde{x}_2$ - czas trwania kredytu [miesiące], $\tilde{x}_{178}$ - data przyznania kredytu [data], $\tilde{x}_{179}$ - data płatności pierwszej raty [data], $\tilde{x}_{180}$ - stosunek wysokości pożyczki do wartości zabezpieczenia (*ang. loan-to-value, LTV*), $\tilde{x}_{181}$ - parametr *LTV* obliczony dla sumy wszystkich pożyczek hipotecznych, $\tilde{x}_{182}$ - liczba kredytobiorców, $\tilde{x}_{47}$ - wysokość wszystkich comiesięcznych płatności rat kredytów (bez raty hipotecznej i innych kredytów z *Lending Clubu*) podzielona przez wysokość zarobków brutto, $F_3$ - *scoring kredytowy* kredytobiorcy, $\tilde{x}_{183}$ - czy kredytobiorca kupuje po raz pierwszy dom [logiczny], $\tilde{x}_{184}$ - kategoria celu kredytu według *Fannie Mae* [zakup nieruchomości, refinansowanie gotówkowe, refinansowanie niegotówkowe, niewyspecyfikowane refinansowanie], $\tilde{x}_{185}$ - typ posiadanego domu [jednorodzinny, typu *condo*, bliźniak, typu *PUD*, składany z gotowych części], $\tilde{x}_{186}$ - liczba wydzielonych części w domu [numeryczny], $\tilde{x}_{187}$ - status zasiedlenia domu [główny lokator, dodatkowy lokator, inwestor, nieznany], $\tilde{x}_{33}$ – nazwa stanu, w którym mieszka kredytobiorca, $\tilde{x}_{138}$ - kod pocztowy, $\tilde{x}_{188}$ - część wartości nieruchomości pokryta przez wartość ubezpieczenia [%], $\tilde{x}_{189}$ - kredyt o stałym/zmiennym oprocentowaniu [stałe, zmienne], $F_3$ - scoring kredytowy współkredytobiorcy, $\tilde{x}_{190}$ - źródło płatności za ubezpieczenie nieruchomości [kredytobiorca, kredytodawca, inwestor, brak], $\tilde{x}_{191}$ - czy pożyczka jest związana z relokacją zawodową kredytobiorcy [logiczna]<br>*Comiesięczne dane opisujące realizację pożyczki (ang. performance file):*<br>$\tilde{x}_{192}$ - miesiąc i rok dla którego opisano stan kredytu, $\tilde{x}_{193}$ - nazwa podmiotu obsługującego kredyt, $\tilde{x}_{60}$ - oprocentowanie kredytu, $\tilde{x}_{194}$ - aktualne niespłacone saldo całkowitej kwoty kredytu [MU], $\tilde{x}_{195}$ - liczba miesięcy od początku pożyczki [miesiące], $\tilde{x}_{196}$ - liczba miesięcy pozostałych do końca pożyczki [miesiące], $\tilde{x}_{197}$ - liczba miesięcy do końca pożyczki z uwzględnieniem nieterminowych spłat [miesiące], $\tilde{x}_{198}$ - data końca pożyczki, $\tilde{x}_{199}$ - numer księgi wieczystej, $\tilde{x}_{200}$ - liczba dni opóźnienia spłaty pożyczki [mniej niż 30 dni, od 30 do 59 dni, 60 - 89 dni, 90 lub więcej dni], $\tilde{x}_{201}$ - czy zmodyfikowano warunki pożyczki [logiczna], $\tilde{x}_{202}$ - powód wyzerowania salda kredytu [przedpłata lub koniec kredytu, sprzedaż innemu podmiotowi, tzw. krótka sprzedaż, odkupienie, upadłość typu *deed – in - lieu*, własność typu *REO*, nota sprzedaży, ponowna sprzedaż kredytu], $\tilde{x}_{203}$ - data wyzerowanie salda pożyczki [data], $\tilde{x}_{204}$ - planowana data płatności ostatnie raty [data], $\tilde{x}_{205}$ - data zajęcia obciążonej nieruchomości [data], $\tilde{x}_{206}$ - data wypisu kredytu przez *Fannie Mae* ze swojego spisu [data], $\tilde{x}_{207}$ - koszt zajęcia obciążonej nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{208}$ - koszty przedsprzedażowych napraw na terenie nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{209}$ - koszty eksmisji [MU], $\tilde{x}_{210}$ - koszty poniesione po zajęciu nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{211}$ - koszty podatkowe po zajęciu nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{212}$ - przychód ze sprzedaży zajętej nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{213}$ - wpływy z ubezpieczenia nieruchomości po jej zajęciu [MU], $\tilde{x}_{214}$ - przychody związane z odkupieniem nieruchomości po jej zajęciu [MU], $\tilde{x}_{215}$ - pozostałe przychody wynikające z zajęcia nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{216}$ - niespłacone saldo odsetkowe kwoty kredytu [MU], $\tilde{x}_{217}$ - niespłacone saldo kwoty głównej kredytu [MU], $\tilde{x}_{218}$ - czy *Fannie Mae* otrzymało wynagrodzenie za odkupienie kredytu [logiczne], $\tilde{x}_{219}$ – kwota kredytu wynikająca z zajęcia nieruchomości [MU], $\tilde{x}_{220}$ – czy zmienił się podmiot obsługujący kredyt hipoteczny w czasie jego trwania [logiczna] |
| *klasyfikacja kredytowa:* możliwe wyznaczenie punktowego *scoringu kredytowego* $F_3$, parametrów: *LGD (ang. loss given default), EAD (ang. exposure at defaults), PD (ang. probability of default)* |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [190]

W porównaniu do Fannie Mae, firma finansowa Lending Club wykorzystywała platformę peer-to-peer (P2P) do końca 2020 roku, która umożliwiała uzyskanie pożyczek bezpośrednio od innych osób lub instytucji.

## 3.3 Kryteria oceny wiarygodności

Do oceny klasyfikatorów wiarygodności kredytowej klientów indywidualnych wykorzystać można kryteria wynikające z przyjętej metodyki treningu modelu klasyfikującego. Należy do nich funkcja błędów, skuteczność, recall, precision, $F_1$-score oraz AUC ROC. Ponadto można uwzględnić miary oceny punktowej oraz koszty z tytułu błędnych klasyfikacji. Dwuklasowa miara kredytowa $F_1$ polega na tym, że wnioski są dzielone na dwie grupy: zatwierdzone oraz odrzucone, co jest równoważne podzieleniu kredytobiorców na wiarygodnych i niewiarygodnych kredytowo. To kryterium występuje w takich zbiorach danych, jak German Credit Data [196], Japanese Credit Screening [197] czy też Australian Credit Approval [195].

Uogólnieniem tego kryterium jest wieloklasowy rating $F_2$. Wniosek jest zaliczany do wybranej klasy odpowiadającej przedziałowi ryzyka, przy czym w ratingu występują co najmniej 3 klasy. W zbiorze danych Lending Club wprowadzono dla kredytobiorców skalę ratingu kredytowego od *A* do *E* [192].

W odniesieniu do klientów indywidualnych ważnym kryterium oceny wiarygodności kredytowej jest scoring punktowy $F_3$. W Fannie Mae Single Family Loan Performance Data [190] stosuje się scoring punktowy opracowany przez agencje *FICO*. Jego wartości podaje się dla głównego kredytobiorcy oraz współkredytobiorców – jeżeli tacy występują. Przy uwzględnieniu danych behawioralnych wnioskodawcy możliwa jest ocena za pomocą $F_4$ – ryzyka z tytułu niewywiązania się klienta z zobowiązań. Porównanie przychodów z tytułu udzielenia kredytu oraz kosztów z tym związanych po stronie banku pozwala na wyznaczenie kryterium $F_5$ - zysk banku wynikający ze spłaty kredytu [MU - jednostka pieniężna].

Podział wnioskodawców na klasy wiarygodności ma za zadanie uchronić bank przed wystąpieniem zdarzenia niewypłacalności (ang. *default event*) [108], które dla metody ratingów wewnętrznych ma miejsce, jeśli zachodzi co najmniej jeden z następujących warunków. Po pierwsze, stwierdzono, iż jest wysoce nieprawdopodobnym, aby dłużnik całkowicie spłacił swoje zobowiązanie (kwotę kredytu, odsetki albo opłaty). Po drugie, część długu zakwalifikowano jako niespłacalny (*ang. charge-off*), umorzono lub odroczono część spłaty kwoty kredytu, odsetek lub opłat. Po trzecie, dłużnik nie spłaca części zobowiązania kredytowego przez okres dłuższy niż 90 dni. Po czwarte, kredytobiorca złożył wniosek o upadłość lub inną ochronę prawną przed wierzycielami.

Należy zauważyć, że zdarzenie niewypłacalności może mieć charakter tymczasowy, a kredytobiorca może powrócić do terminowego spłacania zobowiązań.

Definicja *zdarzenia niewypłacalności* znajduje odzwierciedlenie w zaproponowanych kryteriach prawdopodobieństwie zajścia niekorzystnego z punktu widzenia banku zdarzenia $F_9$ oraz liczbie niekorzystnych z punktu widzenia banku zdarzeń kredytowych, które zaszły w rozpatrywanym portfolio $F_{10}$. Każdy z warunków składowych opisanego zdarzenia niewypłacalności może być rozumiany jako niekorzystne zdarzenia ujęte w tych kryteriach. Innymi przykładami mogą być: śmierć kredytobiorcy, obniżenie scoringu kredytowego, wystąpienie okresów niespłacania zaciągniętego kredytu (od 30 do 59 dni, od 60 do 89, powyżej 90 dni). Liczba okresów niespłacania zaciągniętego kredytu występuje jako atrybut w zbiorze Give Me Some Credit [191].

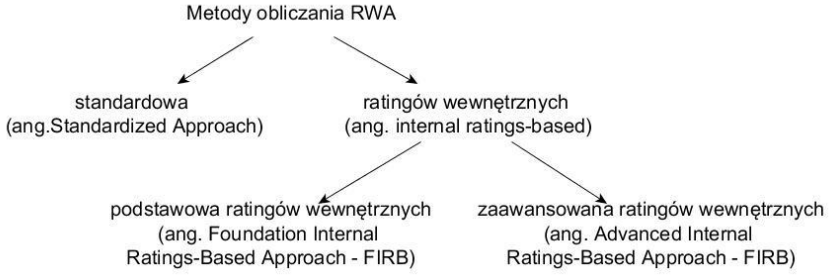
Współczynnik adekwatności kapitałowej *CAR* (ang. *capital adequacy ratio*) określono następująco [122]:

$$CAR = \frac{kapitał\ banku}{RWA}, \tag{3.3.1}$$

gdzie *RWA* to aktywa ważone ryzykiem [MU].

Wymaga się, aby współczynnik *CAR* wynosił co najmniej 8% oraz aby kapitał pierwszej kategorii wynosił co najmniej 4% *RWA* [122]. Należy zauważyć, że bank pragnie minimalizować $F_6$ - wartość aktywów ważonych ryzykiem przy jednoczesnej maksymalizacji zysku wynikającego z udzielenia kredytu $F_5$.

W metodzie standardowej (ang. *standardized approach*) wartość *RWA* jest obliczana na podstawie ratingów dostarczanych przez zewnętrzną instytucję (tab. 3.7). W metodzie ratingów wewnętrznych parametrami wejściowymi funkcji *RWA* są wartości funkcji: *PD, LGD, EAD* oraz *Mat* (rys. 3.3). Są one obliczane dla każdego zobowiązania kredytowego. Sposoby ich wyznaczania różnią się w zależności od metody podstawowej czy zaawansowanej. Kryterium *PD* (ang. *probability of default*) oznacza prawdopodobieństwo niewypłacalności dłużnika w okresie roku [108].




Rys. 3.3 Taksonomia metod obliczania aktywów ważonych ryzykiem [122].

Tabela 3.3 Przykłady wartości funkcji *RWA* przypisane poszczególnym rodzajom kredytów w zależności od ich ratingu kredytowego w metodzie standardowej

| Kredytobiorca | Rodzaj długu | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | AAA do AA- | A+ do A- | BBB+ do BBB- | BB+ do B- | poniżej B- | Brak ratingu |
| państwo | 0% | 20% | 50% | 100% | 150% | 100% |
| korporacja | 20% | 50% | 100% | 150% | 150% | 100% |
| konsument indywidualny | 75% | 75% | 75% | 75% | 75% | 75% |
| kredyt hipoteczny | 35% | 35% | 35% | 35% | 35% | 35% |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [18]

Szacowana wartość kryterium *PD* dla każdego kredytu może być obliczana za pomocą danych historycznych, które dostępne są w banku [18]. Wartość *PD* może być również wyznaczana za pomocą wykorzystania danych z zewnętrznych źródeł. Wówczas *PD* przyjmuje wartość przypisaną klasie ratingowej wnioskodawcy podanej przez inną instytucję. Możliwe jest również szacowanie wartości *PD* na podstawie metod statystycznych. Kryterium *PD* jest powiązane z ratingiem kredytowym wnioskodawcy. Zazwyczaj są wyznaczane przedziały wartości *PD* odpowiadające klasom ratingowym [108]. Średnia wartość *PD* dla każdej klasy ratingu kredytowego szacowana jest za pomocą wybranej metody w oparciu o dane historyczne [18].

Istotną rolę odgrywa kryterium *LGD* (ang. *loss given default*), które wyznacza niespłacony procent całkowitego zobowiązania reprezentującego stratę kredytodawcy. Wartość *LGD* może przekraczać 100%, gdyż uwzględniane mogą być koszty związane z długiem, w tym koszty jego egzekucji [159]. W metodzie podstawowej ratingów wewnętrznych wartość kryterium *LGD* oblicza się za pomocą reguł ustalonych przez nadzór finansowy (tab. 3.8). W metodzie zaawansowanej ratingów wewnętrznych wartość kryterium *LGD* jest wyznaczana przez bank na podstawie posiadanych danych historycznych. Jednakże analiza prowadząca do szacunku *LGD* musi być odtwarzalna przez nadzór finansowy.

Tabela 3.4 Przykładowe reguły obliczania kryterium LGD w metodzie podstawowej ratingów wewnętrznych

| *Typ zobowiązania* | *LGD* |
|---|---|
| należność niezabezpieczona udzielona państwu, korporacji lub bankowi | 45% |
| należność podrzędna *(ang. suboridnate claim)* udzielony państwu, korporacji lub bankowi | 75% |
| należność zabezpieczona udzielona osobie fizycznej lub prawnej | wg pozostałych zasad pomniejszona o wartość zabezpieczenia |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [18,108]

Ważnym kryterium oceny wniosku kredytowego jest *EAD* (ang. *exposure at default*), które jest rozmiarem ekspozycji kredytowej w przypadku niewypłacalności [MU]. Jest to

kwota pozostała do spłaty w wypadku zaistnienia zdarzenia niewypłacalności. W metodzie podstawowej ratingów wewnętrznych wartość kryterium *EAD* oblicza się za pomocą reguł ustalonych przez nadzór finansowy (tab. 3.9). W metodzie zaawansowanej wartość kryterium *EAD* jest wyznaczana na podstawie danych historycznych.

Tabela 3.5 Przykładowe reguły obliczania kryterium *EAD* w metodzie podstawowej ratingów wewnętrznych

| *Typ zobowiązania* | *EAD* |
|---|---|
| kredyt odnawialny wykorzystany przez kredytobiorcę | 100% jego nominalnej wartości |
| kredyt odnawialny pozostały do wykorzystania przez kredytobiorcę | 75% jego nominalnej wartości |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [18]

Znajomość wartości kryteriów cząstkowych *PD*, *EAD* oraz *LGD* pozwala obliczyć $EL$, czyli kwotę oczekiwanych strat związanych z pożyczką [MU] za pomocą następującej zależności [18]:

$$EL = EAD * PD * LGD. \tag{3.3.2}$$

Kolejne kryterium oceny wniosku kredytowego to data zapadalności zobowiązania *Mat* (ang. *maturity)*, która jest efektywnym terminem rozliczenia w zależności od terminu zapadalności oraz deklarowanego harmonogramu spłat. Wyraża się ją w latach od aktualnej daty. W metodzie podstawowej ratingów zewnętrznych jako wielkość *Mat* przyjmuje się 2,5 roku – poza transakcjami typu *repo* (*ang. repurchase agreement*), dla których przyjmuje się 0,5 roku [202]. W metodzie zaawansowanej ratingów zewnętrznych jako kryterium *Mat* przyjmuje się zazwyczaj maksymalny okres [lata], w którym kredytobiorca może spłacać zobowiązanie, włączając w to kapitał kredytu, odsetki oraz opłaty związane z kredytem [18]. Alternatywnie, *Mat* dla instrumentów ze zdefiniowanym minimalnym harmonogramem amortyzacji (*ang. pre-determined, minimum amortisation schedule*) wyznacza się następująco [155]:

$$Mat = \frac{\sum_{i_{payment}} t_{i_{payment}} * CPayment(i_{payment})}{\sum_{i_{payment}} CPayment(i_{payment})}, \tag{3.3.3}$$

gdzie:

$i_{payment}$ – numer płatności kwoty raty kapitałowej kredytu;

$CPayment(i_{payment})$ – minimalna wartość raty kapitałowej kredytu, którą można spłacić w okresie $t_{i_{payment}}$[MU];

$t_{i_{payment}}$ – czas spłaty $i_{payment}$ - tej części kapitału [lata] zgodnie z harmonogramem amortyzacji kredytu.

Szacowanie wiarygodności kredytowej wiąże się z błędami pierwszego rodzaju oraz błędami drugiego rodzaju. Niech $F_{10}$ to liczba osób niewiarygodnych kredytowo, którym udzielono kredytów oraz $F_{12}$ to liczba osób wiarygodnych kredytowo, którym odmówiono kredytu. Wskaźniki te obrazują, w jakim stopniu rozpatrywana klasyfikacja kredytobiorców rozmija się ze stanem faktycznym.

Niech wartość kryterium $F_{11}$ to całkowita kwota kredytów udzielonych osobom niewiarygodnym kredytowo. Wartość ta przedstawia wysokość środków finansowych, które wystawiono na niepotrzebne ryzyko. Stanowi ona wraz z należnymi odsetkami potencjalną stratę kredytobiorcy.

Natomiast całkowita kwota kredytów odmówionych osobom ocenianym w ramach innego systemu ratingowego jako wiarygodne kredytowo $F_{13}$ przedstawia stratę zysku w postaci odsetek, które bank mógłby uzyskać w przypadku udzielenia kredytu kredytobiorcom. W zbiorze *German Credit Data* [196] przedstawiono funkcję kosztu nieprawidłowej klasyfikacji kredytobiorców, co pozwala na obliczenie $F_{11}$ i $F_{13}$.

Możliwe jest rozpatrywanie miary realizacji polityki kredytowej banku $F_{14}$ , która może być obliczana jako suma odległości oceny wniosku od preferowanych przez bank ocen wniosków wzorcowych według zadanej metryki.

## 3.4 Ograniczenia nałożone na dane wejściowe i kryteria cząstkowe

W odniesieniu do danych wejściowych oraz wartości kryteriów cząstkowych mogą być nałożone różnorodne ograniczenia. Wartość scoringu kredytowego $F_3$ powinna być nieujemna i nie może przekroczyć zadanej maksymalnej wartości. Ryzyko z tytułu niewywiązania się klienta z zobowiązań $F_4$ szacuje się jako wartość prawdopodobieństwa zaistnienia niekorzystnego zdarzenia. Wartość aktywów ważonych ryzykiem $F_6$ podlega minimalizacji, gdyż na jej podstawie oblicza się obowiązkowe rezerwy kapitałowe banku. Wartości kryteriów *LGD* i *EAD* nie mogą być ujemne. Efektywna data zapadalności zobowiązania kredytowego *Mat* podlega maksymalizacji, gdyż instytucje kredytowe wolą wiązać ze sobą kredytobiorcę na dłuższy czas.

Tabela 3.6 Potencjalne kryteria w metodach oceny wiarygodności kredytowej

| *LP* | *Kryterium cząstkowe* | *Oznaczenie* | *Preferencje optymalizacji* |
|---|---|---|---|
| 1 | dwuklasowy rating kredytowy | $F_1(\widetilde{x_0}) \in \{0,1\}$, gdzie 0 oznacza wniosek niewiarygodny kredytowo, natomiast 1 – wniosek wiarygodny kredytowo | max |
| 2 | wieloklasowy rating kredytowy | $F_2(\widetilde{x}_0) \in \{0,1,2,\dots,scale_{size}\}$, gdzie 0,1,2,…, $\text{scale}_{\text{size}}$ oznacza kolejne coraz bardziej wiarygodne klasy ratingu kredytowego | max |
| 3 | punktowy scoring kredytowy | $0 \leq F_3(\widetilde{x}_0) \leq 1$ | max |
| 4 | ryzyko z tytułu niewywiązania się klienta z zobowiązań | $0 \leq F_4(\widetilde{x}_0) \leq 1$ | min |
| 5 | zysk banku wynikający ze spłaty kredytu | $F_5$ | max |
| 6 | wartość aktywów ważonych ryzykiem | $F_6$ | min |
| 7 | prawdopodobieństwo niewypłacalności w przeciągu roku | $0 \leq PD(\widetilde{x}_0) \leq 1$ | min |
| 8 | strata w przypadku zajścia zdarzenia niewypłacalności kredytowej [%] | $0 \leq LGD(\widetilde{x}_0)$ | min |
| 9 | ekspozycja pieniężna w przypadku zajścia zdarzenia niewypłacalności pieniężnej [MU] | $0 \leq EAD(\widetilde{x}_0)$ | min |
| 10 | efektywna data zapadalności zobowiązania kredytowego | $Mat$ | max |
| 11 | oczekiwana strata na kredycie lub na rozpatrywanym portfolio kredytowym | $EL$ | min |
| 12 | całkowity zysk z przydzielonego kredytu lub kredytów | $F_8$ | max |
| 13 | prawdopodobieństwo zajścia niekorzystnego z punktu widzenia banku zdarzenia | $0 \leq F_9(\widetilde{x}_0) \leq 1$ | min |
| 14 | liczba niekorzystnych z punktu widzenia banku zdarzeń kredytowych, które zaszły w rozpatrywanym portfolio | $F_9$ | min |
| 15 | liczba osób niewiarygodnych kredytowo, którym udzielono kredytów | $F_{10}$ | min |
| 16 | całkowita kwota kredytów udzielonych osobom niewiarygodnym kredytowo | $F_{11}$ | min |
| 17 | liczb osób wiarygodnych kredytowo, którym odmówiono kredytu | $F_{12}$ | min |
| 18 | całkowita kwota kredytów odmówionych osobom ocenianym w ramach innego systemu ratingowego jako wiarygodne kredytowo | $F_{13}$ | max |
| 19 | miara realizacji polityki kredytowej banku | $F_{14}$ | max |

Źródło: opracowanie własne

## 3.5 Wybrane aspekty związane z wiarygodnością klientów banków

Metody automatycznej oceny wiarygodności kredytowej posiadają dużo zalet. W [107] wymieniono niektóre z nich, jak chociażby redukcję kosztów związanych z procesem oceny wniosku kredytowego oraz ryzyka potencjalnej niewypłacalności kredytobiorcy. Ponadto warto wspomnieć o oszczędności czasu oraz pracy związanych z oceną wniosku. Barnett Bank odnotował spadek czasu trwania rozpatrywania wniosku z ponad trzech tygodni do niecałej godziny [108].

Automatyzacja zasad przydzielania kredytu sprawia, że wnioskodawca jest traktowany tak samo, jak inni [108]. Metoda scoringowa może być modyfikowana zgodnie z preferencjami banku wobec stanu gospodarki. Efektywność monitorowania przyznawania kredytów to kolejna zaleta. System instytucji finansowej zawiera zarówno dane zebrane przed udzieleniem kredytu, jak również dane o przebiegu spłaty zobowiązania. Dzięki temu możliwe jest monitorowanie skuteczności działania metody szacowania wiarygodności kredytowej.

Automatyczna ocena wiarygodności kredytowej posiada również pewne ograniczenia. Scoring kredytowy ma za zadanie przewidywanie ryzyka, a nie jego tłumaczenie [108]. Z tego względu trudne jest uzasadnienie faktu przyznania kredytu wybranym klientom i jednoczesnego odmówienia go innym. Prognozy uzyskane na podstawie modelu scoringowego mają charakter statystyczny, a nie deterministyczny. Scoring kredytowy nie jest w stanie uwzględnić wielu czynników mogących mieć wpływ na spłatę kredytu, jak chociażby charakter wnioskodawcy [108].

Ze względów prawnych w procesie oceny wiarygodności kredytowej nie można uwzględnić wielu cech kredytobiorcy. Do tej grupy można zaliczyć rasę, religię, stan zdrowia czy też tendencję kredytobiorcy do przekraczania przepisów drogowych [108]. W Stanach Zjednoczonych *Ustawa o równości szans w udzielaniu kredytu* zabrania dyskryminacji przy udzielaniu kredytu [108].

Dokładność działania systemu automatycznego scoringu kredytowego zależy w dużej mierze od wysiłku, troski oraz wiedzy fachowej personelu odpowiedzialnego za opiekę nad nim [108]. Większość automatycznych modeli scoringowych wymaga okresowej modyfikacji oraz oceny skuteczności działania. Ich nieprawidłowe wykonanie może przynieść duże straty. O ile niektóre modele scoringowe są w stanie dostosowywać się do zmian w gospodarce, to szybkość takiego dostosowywania może być zbyt mała [108].

Proces automatycznego sprawdzania wiarygodności kredytowej nakłada ograniczenia na przetwarzane dane. Implementacja metody scoringowej wymaga posiadania przez instytucję finansową bazy danych z rozpatrywanymi wnioskami kredytowymi. Model scoringowy może być stosowany do jednolitej grupy podmiotów chcących podjąć zbliżone zobowiązanie kredytowe [108]. Prawidłowe wydzielenie takiej grupy jest dużym dylematem.

Z pragmatyki procesu kredytowania wynika, że osoby zakwalifikowane przez model jako niewiarygodne zazwyczaj nie otrzymują kredytu. Możliwa jest jednak zmiana tej decyzji przez zespół ekspertów (ang. *overrides*). W [158] opisano sytuację, w której żony prezesów domu handlowego zostały przez metodę scoringową zakwalifikowane przy udzielaniu karty kredytowej jako niewiarygodne. Te decyzje musiały być zmodyfikowane. W skorygowanym zbiorze zaakceptowanych wniosków kredytów znajduje się zatem nieduży odsetek wniosków wstępnie zakwalifikowanych jako niewiarygodne.

## 3.6 Wnioski i uwagi

Scoring kredytowy jest sprawdzonym podejściem do zarządzania ryzykiem kredytowym. Liczne badania wykazały, że metody sztucznej inteligencji nadają się do wspierania oceny wiarygodności kredytowej. Metody sztucznej inteligencji pozwalają na automatyzację procesu udzielania kredytu, co przy wielkości akcji kredytowej pozytywnie wpływa na dostępność kredytów.

Dla gospodarstw domowych stosowanymi danymi wejściowymi do modelu scoringowego są zazwyczaj: miesięczne dochody, sytuacja mieszkaniowa (w tym posiadanie własnego domu, samodzielne wynajmowanie mieszkania, wspólne mieszkanie), dzielnica zamieszkania klienta, cel zaciągniętego kredytu, płeć i stan cywilny, wiek, liczebność rodziny; czas oraz forma zatrudnienia w ostatnim miejscu pracy, wykonywany zawód, termin spłaty kredytu oraz jego kwota, wielkość posiadanych aktywów i zabezpieczenia kredytu oraz stosunek raty kredytów do dochodów pracownika.

Do potencjalnych kryteriów wiarygodności kredytowej można zaliczyć: dwuklasowy rating kredytowy $F_1$, wieloklasowy rating kredytowy $F_2$, punktowy scoring kredytowy $F_3$, ryzyko z tytułu niewywiązania się klienta z zobowiązań $F_4$, zysk banku wynikający ze spłaty kredytu $F_5$, wartość aktywów ważonych ryzykiem $F_6$, *PD, LGD, EAD, Mat,* oczekiwaną strata na kredycie lub na rozpatrywanym portfolio kredytowym *EL*, całkowity zysk z przydzielonego kredytu lub kredytów $F_7$, prawdopodobieństwo zajścia niekorzystnego z punktu widzenia banku zdarzenia $F_8$, liczbę niekorzystnych

z punktu widzenia banku zdarzeń kredytowych, które zaszły w rozpatrywanym portfolio $F_9$, liczbę osób niewiarygodnych kredytowo, którym udzielono kredytów $F_{10}$, całkowitą kwotę kredytów udzielonych osobom niewiarygodnym kredytowo $F_{11}$, liczbę osób wiarygodnych kredytowo, którym odmówiono kredytu $F_{12}$, całkowitą kwotę kredytów odmówionych osobom ocenianym w ramach innego systemu ratingowego jako wiarygodne kredytowo $F_{13}$, a także miarę realizacji polityki kredytowej banku $F_{14}$.

Regulacje nadzoru finansowego wymagają, aby działanie modelu scoringowego było odtwarzalne. Model nie może w żaden sposób dyskryminować potencjalnych kredytobiorców, a zasady muszą mieć uzasadnienie statystyczne.

Podejście jednokryterialne do oceny wiarygodności kredytowej ma wiele mankamentów wspomnianych w tym rozdziale. Z tego powodu w rozprawie proponuje się podejście wielokryterialne w oparciu o omówione kryteria oceny wiarygodności kredytowej.

# 4 Wybrane problemy oceny wiarygodności kredytowej

W kategoriach uczenia maszynowego prognozowanie wiarygodności klienta na podstawie wniosku kredytowego może być traktowane jako dylemat klasyfikacji lub regresji. Natomiast zagadnienia optymalizacji mogą odnosić się do wyselekcjonowania takiej grupy kredytobiorców, która maksymalizuje lub minimalizuje wartość wybranego kryterium przy ograniczonych funduszach przeznaczonych na kredyty.

Wnioski kredytowe mogą być przypisane do wybranych klas wiarygodności [102]. W [98] wyznacza się wnioski wiarygodne lub niewiarygodne pod względem kredytowym. Ponadto szacuje się wartości kryterium *LGD* dla wybranych wniosków w sytuacji decyzyjnej modelowanej za pomocą zbioru danych *Loan Default Prediction* [194]. Można rozważać parę ocen wiarygodności: klasę wyznaczoną przez agencję ratingową oraz klasę wyznaczoną przez model oceny stosowany w banku [31].

Zagadnienia maksymalizacji wybranego kryterium odnoszą się do zbioru wniosków kredytowych zatwierdzonych pozytywnie. Mogą być stosowane metody maksymalizujące zysk instytucji finansowej dla udzielonych kredytów. Rozpatruje się również optymalizację zysku firmy pożyczkowej dla odnawialnych kredytów konsumpcyjnych [50].

Nowością są sformułowane w rozdziale zagadnienia optymalizacji jednokryterialnej z punktu widzenia zarządu banku oferującego kredyty odbiorcom detalicznym. Znaczącą innowacją są również sformułowane zagadnienia predykcji wielokryterialnej oraz polioptymalizacji wybranych zbiorów wniosków kredytowych przy ograniczonych funduszach.

## 4.1 Wybrane problemy predykcji i optymalizacji ocen wiarygodności kredytowej

Wybrane problemy predykcji oceny wiarygodności kredytowych można sformułować w oparciu o dostępne zbiory danych, w tym zbiory opisane w [196,197]. Każdy z wybranych *datasetów* opisuje ważną sytuację decyzyjną związaną z udzielaniem kredytów. Reprezentujący atrybuty wejściowe zbiór $\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{GCD}}$ (German Credit Data - *GCD*) zawiera 1000 wektorów o wnioskach kredytowych osób fizycznych, przy czym każdego wnioskodawcę cechuje 21 atrybutów. Kredyty przyznawane są na następujące cele: zakup samochodu, nabycie mebli, radia lub telewizora, zapłata za naprawę domową, zdobycie wykształcenia lub podniesienie kwalifikacji, sfinansowanie wakacji, a także

kredytowanie działalności firmy. Rozważa się kredyty o stałej wysokości rat i stałym oprocentowaniu podczas ich spłat. Możliwymi wartościami atrybutu $\tilde{x}_8$ są 1, 2, 3 lub 4%.

Niech reprezentacją danych zawartych we wniosku będzie wektor wierszowy $x = [\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{19}, \tilde{x}_{221}]$. Dla każdego wektora $x \in \boldsymbol{X^{GCD}}$ zadana jest *a'priori* wartość binarnej funkcji oceny kredytowej $F_1(x)$. Niech $\boldsymbol{X^{GCD}} \subset \boldsymbol{X}$. Zakłada się, że nie jest znana postać funkcji predykcji oceny kredytowej $F_1: \boldsymbol{X} \to \{0, 1\}$. Problem oceny wiarygodności wniosku $x$ polega na wyznaczeniu decyzji o przyznaniu lub nieprzyznaniu kredytu dla zadanego $x \notin \boldsymbol{X^{GCD}}$. Powyższy problem można sformułować w następujący sposób.

Dla danych wejściowych cechujących wniosek kredytowy $x \notin \boldsymbol{X^{GCD}}$ : x=[$\tilde{x}_0$, $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{x}_3$, $\tilde{x}_4$, $\tilde{x}_5$, $\tilde{x}_6$, $\tilde{x}_7$, $\tilde{x}_8$, $\tilde{x}_9$, $\tilde{x}_{10}$, $\tilde{x}_{11}$, $\tilde{x}_{12}$, $\tilde{x}_{13}$, $\tilde{x}_{14}$, $\tilde{x}_{15}$, $\tilde{x}_{16}$, $\tilde{x}_{17}$, $\tilde{x}_{18}$, $\tilde{x}_{19}$, $\tilde{x}_{221}$] należy wyznaczyć wartość oceny wiarygodności kredytowej:

$$F_1(x) \in \{0, 1\}, \tag{4.1.1}$$

gdzie $F_1$ - nieznana funkcja predykcji oceny wiarygodności, której zadane są jedynie wartości dla argumentów ze zbioru obserwacji $\boldsymbol{X^{GCD}}$ [196]

Ponieważ kwota kredytu $\tilde{x}_5$ może przyjmować nieskończenie wiele wartości, to wielkość dziedziny funkcji jest również nieskończona. Atrybut $\tilde{x}_5$ przyjmuje w rozpatrywanym *datasecie* wartości z przedziału [250, 18 484] [marki niemieckie – DM]. Do szacowania wartości funkcji na podstawie zadanego zbioru obserwacji można zastosować metody uczenia maszynowego. W tym wypadku predykcja ocen**y** wiarygodności kredytowej sprowadza się do zagadnienia binarnej klasyfikacji za pomocą metody SVM, drzew decyzyjnych czy też ewolucyjnych sieci neuronowych.

Niech w pewnym przedziale czasu prowadzona jest przez bank kampania naboru wniosków w odniesieniu do kredytu spłacanego w równych ratach ze stałą stopą oprocentowania. W procesie podejmowania decyzji uwzględnienia się zadany limit na łączną kwotę udzielonych kredytów $C^{MAX}$ [MU]. Jeśli bank dysponuje większą ilością środków $C^{MAX}$ niż sumaryczne kwoty wynikające ze wszystkich wiarygodnych wniosków, to problem (4.1.1) rozwiązuje się niezależnie dla każdego wniosku, a kredyty przyznaje się wszystkim wiarygodnym wnioskom.

Interesująca jest sytuacja, w której łączna kwota $C^{MAX}$ jest mniejsza niż wnioskowane kwoty wynikające ze wszystkich wiarygodnych wniosków. Niech $\boldsymbol{X}^+$ oznacza zbiór wiarygodnych wniosków, a $\tilde{x}_0$ - identyfikator kredytu, który umożliwia wyznaczenie indeksu *i* wniosku.

Zachodzi, jak niżej:

$$\sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^{+}} \tilde{x}_5(i) > C^{MAX},\ \boldsymbol{X}^{+} \subset \boldsymbol{X}. \tag{4.1.2}$$

Należy wówczas zredukować zbiór wiarygodnych wniosków $\boldsymbol{X}^{+}$ do zbioru dopuszczalnego $\boldsymbol{X}^{*}$ takiego, aby spełnione było następujące ograniczenie:

$$\sum_{x(i)\in \boldsymbol{X}^{*}} \tilde{x}_5(i) \leq C^{MAX},\quad \boldsymbol{X}^{*} \subset \boldsymbol{X}^{+}. \tag{4.1.3}$$

Zazwyczaj w banku przyjmuje się następującą heurystykę redukcji zbioru wiarygodnych wniosków przy ograniczonych funduszach. Jeśli zbiór ten uporządkowany jest zgodnie z numerem identyfikującym, np. jeśli wnioski o wcześniejszej dacie rejestracji cechują się niższymi identyfikatorami, to mogą być kwalifikowane wnioski zgodnie z datą rejestracji aż do wyczerpaniu limitu finansowego $C^{MAX}$.

Kryterium redukującym zbiór $\boldsymbol{X}^{+}$ może być również stan rachunku bieżącego $\tilde{x}_1$. Wnioski o wyższym stanie rachunku bieżącego mogą być preferowane. W podobny sposób można akceptować wnioski o wyższym stanie konta oszczędnościowego lub o wyższej wartości posiadanych obligacji $\tilde{x}_6$. Zamożność wnioskodawcy na podstawie danych dostępnych w banku można wyznaczać na podstawie atrybutów $\tilde{x}_1$ oraz $\tilde{x}_6$, co również może preferować wnioskodawców. Ponadto wnioski o dłuższym czasie trwania kredytu $\tilde{x}_2$ mogą być preferowane. W ten sposób zagadnienie redukcji wiarygodnych wniosków można sprowadzić do selekcji wielokryterialnej, którą rozważać będziemy w następnym podrozdziale. Zatem dziewiętnaście atrybutów ze zbioru *GCD* może wpływać na selekcję wniosków, które klasyfikator oszacował jako wiarygodne.

Niech rozpatruje się klasyfikator z wyjściem $y_1=\tilde{F}_1(x)$, które wyznacza wiarygodność wniosku z przedziału domkniętego [0; 1]. Pożądane są wnioski o wiarygodności w pobliżu 1. Jeśli spełniony jest warunek przekroczenia limitu dostępnego kredytu na wszystkie wiarygodne wnioski (4.1.2), to problem selekcji wniosków wiarygodnych można sformułować w następujący sposób.

Dla zadanych: $C^{MAX}$, zbioru wniosków kredytowych $\boldsymbol{X}$ oraz zbioru referencyjnego $\boldsymbol{X^{GCD}}$, przy czym elementy zbiorów są wektorami wierszowymi o współrzędnych $[\tilde{x}_0,..., \tilde{x}_{19}, \tilde{x}_{221}]$
należy wyznaczyć $\boldsymbol{X}^{+}$, a następnie pewien podzbiór wiarygodnych wniosków $\mathbf{X}^{**} \subset \boldsymbol{X}^{+}$, który cechuje się maksymalną sumaryczną wartością wiarygodności ocen wniosków, jak niżej:

$$\tilde{F}_1^{sum}(\boldsymbol{X}^{**}) = \max_{\boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+} \tilde{F}_1^{sum}(\boldsymbol{X}^*), \quad (4.1.4)$$

przy ogr.

$$\sum_{x(i)\in \boldsymbol{X}^*} \tilde{x}_5(i) \leq C^{MAX}, \quad \boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+ \subset \boldsymbol{X}, \quad (4.1.5)$$

gdzie $\tilde{F}_1^{sum}(\boldsymbol{X}^*) = \sum_{x(i)\in \boldsymbol{X}^*} \tilde{F}_1(x(i))$

Zagadnienie (4.1.4) jest problemem optymalizacji jednokryterialnej. Wcześniej należy dokonać klasyfikacji w celu wyznaczenia zbioru wiarygodnych wniosków kredytowych $\boldsymbol{X}^+$. Zadanie polega na redukcji zbioru wniosków wiarygodnych do podzbioru wniosków $\boldsymbol{X}^{**}$ o najwyższej łącznej wiarygodności $\tilde{F}_1^{sum}(\boldsymbol{X}^{**})$ dla spełnionego ograniczenia (4.1.5).

Nie gwarantuje wyznaczenia zbioru $\boldsymbol{X}^{**}$ heurystyka polegająca na posortowaniu wniosków wiarygodnych ze zbioru $\boldsymbol{X}^+$ malejąco wg $\tilde{F}_1(x)$, a następnie selekcji najbardziej wiarygodnych wniosków tak, aby spełnione było ograniczenie (4.1.5). Problem można rozwiązać za pomocą metaheurystyki typu algorytm ewolucyjny lub za pomocą dokładnych metod typu podziału i ograniczeń.

Dataset *Japanese Credit Screening - JCS* [197] zawiera dane o wnioskach dotyczących kredytów konsumenckich: zakup komputera, samochodu, zestawu stereo, biżuterii, aparatury medycznej, roweru czy mebli. Warto zwrócić uwagę na małą liczbę obserwacji wynoszącą 125, co utrudnia precyzyjną walidację i testowanie związane z procesem treningu klasyfikatora w porównaniu do zbioru *GCD*. Zbiór JCS opisuje kredyty o stałej wysokości raty. Szacowaniu podlega wartość nieznanej funkcji oceny kredytowej $F_1(x)$, co można zrealizować za pomocą klasyfikatora neuro-ewolucyjnego. Niech $\boldsymbol{X^{JCS}}$ to zbiór obserwacji kredytowych, dla których zadana jest wartość funkcji $F_1$. Niech $\boldsymbol{X^{JCS} \subset X}$. Zakłada się, że nie jest znana funkcja oceny kredytowej $F_1: \boldsymbol{X} \to \{0, 1\}$. Funkcja oceny zadana jest natomiast za pomocą zbioru obserwacji $\boldsymbol{X^{JCS}}$, przy czym pojedynczy element $x = [\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_4, \tilde{x}_7, \tilde{x}_9, \tilde{x}_{10}, \tilde{x}_{14}, \tilde{x}_{17}, \tilde{x}_{20}, \tilde{x}_{21}]$.

W odróżnieniu od cech modelu *GCD* w modelu udzielania kredytów w Japonii pominięto: historię kredytową $\tilde{x}_3$, w tym liczbę kredytów zaciągniętych w banku $\tilde{x}_{16}$, kwotę kredytu $\tilde{x}_5$, stan konta oszczędnościowego i posiadanych obligacji $\tilde{x}_6$, ratę kredytu $\tilde{x}_8$ jako procent dochodu rozporządzalnego, a także $\tilde{x}_{11}$ – dane o ewentualnych współkredytobiorcach lub żyrantach. Wszystkie te dane zastąpiono wysokością raty kredytu $\tilde{x}_{21}$wyrażoną w jenach. Ponadto zrezygnowano z analizy: $\tilde{x}_{12}$ - czasu zamieszkania pod aktualnym adresem, $\tilde{x}_{13}$ - posiadanego majątku rzeczowego, $\tilde{x}_{15}$ - statusu

posiadania domu, $\tilde{x}_{18}$-liczby osób na utrzymaniu kredytobiorcy oraz $\tilde{x}_{19}$ - posiadania telefonu. Natomiast rozpatruje się $\tilde{x}_{20}$ - czy osoba żyje na terenie zagrożonym klęskami żywiołowymi (tsunami lub trzęsieniami ziemi).

Podstawowy problem klasyfikacji nowego wniosku dla zbioru danych *JCS* można sformułować następująco.

Dla danych wejściowych opisujących wniosek kredytowy $x \notin \boldsymbol{X^{JCS}}$: $x$=[$\tilde{x}_0$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{x}_4$, $\tilde{x}_7$, $\tilde{x}_9$, $\tilde{x}_{10}$, $\tilde{x}_{14}$, $\tilde{x}_{17}$, $\tilde{x}_{20}$, $\tilde{x}_{21}$] należy wyznaczyć wartość oceny wiarygodności kredytowej $F_1(x)$

$$F_1(x) \in \{0, 1\}, \tag{4.1.6}$$

gdzie:

$F_1(x)$ nie jest zdefiniowana za pomocą zależności matematycznej ani algorytmu, przy czym zadane są wartości tej funkcji $F_1(x)$, takie, że $x \in \boldsymbol{X^{JCS}}$.

Wartość dwuklasowego ratingu kredytowego dla nowego wniosku kredytowego można wyznaczyć za pomocą wybranego klasyfikatora, w tym klasyfikatora ewolucyjno-neuronowego. W opisie datasetu zamieszczono zestaw reguł w języku *LISP*, na podstawie których podejmowana jest decyzja o udzieleniu kredytu (tab. 4.1).

Tabela 4.1 Reguły decyzyjne służące do rozpatrywania wniosków kredytowych w zbiorze Japanese Credit Screening

| Nazwa reguły | Treść reguły |
|---|---|
| *jobless_mascu_reject* | odrzucane są wnioski, w których wnioskodawca jest bezrobotnym mężczyzną |
| *jobless_unmarried_fem_reject* | odrzucane są wnioski pochodzące od bezrobotnych i zamężnych kobiet, które chciałyby kupić rower lub dla których całkowita kwota spłaty kredytu przekracza kwotę zdeponowaną na rachunku bieżącym |
| *discredit_bad_region* | odrzucane są wnioski osób mieszkających w regionach zagrożonych klęskami żywiołowymi, które pracują u obecnego pracodawcy co najwyżej 10 lat |
| *rejected_aged_unstable_work* | odrzucane są wnioski osób mających więcej niż 59 lat, które pracują u obecnego pracodawcy mniej niż 3 lata |

Źródło: opracowanie własne na podstawie [197]

Wprawdzie dane we wniosku kredytowym nie zawierają kwoty kredytu $\tilde{x}_5$, ale wysokość raty kredytu $\tilde{x}_{21}$ oraz okres trwania kredytu $\tilde{x}_2$ umożliwiają wyznaczenie łącznej kwoty planowanego przychodu. Warto zwrócić uwagę, że zarząd banku może być zainteresowany udzielaniem kredytów klientom cechującym się wysokim stanem rachunku bieżącego $\tilde{x}_1 \geq K_{min}$, aby w ten sposób zwiększyć bezpieczeństwo jego spłaty. Ponadto dłuższy okres trwania kredytu $\tilde{x}_2 \geq T_{min}$ oraz wyższa wysokość raty

kredytu $\tilde{x}_{21} \geq R_{min}$ gwarantują wyższy zysk przy tej samej stopie oprocentowania. Współczynnik zabezpieczenia kredytu dla wniosku *x(i)* o numerze $i=\tilde{x}_0$ można zdefiniować następująco:

$$\beta(i) = \frac{\tilde{x}_1(i)}{\tilde{x}_2(i)\tilde{x}_{21}(i)}, x(i) \in \boldsymbol{X}^+. \tag{4.1.7}$$

Im większy współczynnik $\beta$, tym większe możliwości pokrycia strat z tytułu niespłacania kredytu poprzez zajęcie rachunku bieżącego klienta, który przestał spłacać kredyt. Redukcja zbioru wiarygodnych wniosków kredytowych polegać może na maksymalizacji zysku banku przy zagwarantowaniu pewnego minimalnego stopnia bezpieczeństwa $\beta_{min}$ kredytów wiarygodnych. Wówczas powinno być spełnione następujące ograniczenie:

$$\beta_{min} \leq \min_{x(i) \in \boldsymbol{X}^*} \beta(i). \tag{4.1.8}$$

W modelu japońskim oraz modelu niemieckim raty kredytu są stałe. W odniesieniu do *j*-ego kredytu stałą ratę dla zadanej rocznej stopy procentowej $p_j$ [%] obliczamy na podstawie następującej zależności:

$$\tilde{x}_{21} = \frac{K_j q_j^{\tilde{x}_2}(q_j-1)}{q_j^{\tilde{x}_2}-1}, \tag{4.1.9}$$

gdzie:

$K_j$ – wysokość pożyczonego kapitału dla *j*-tego wniosku kredytowego [MU];

$q_j$ – efektywna miesięczna stopa procentowa dla *j*-tego wniosku kredytowego, którą wyznaczamy na podstawie zależności:

$$q_j = 1 + \frac{p_j}{12}. \tag{4.1.10}$$

Przychód banku $\propto_j$ z tytułu spłaty oprocentowania *j*-tego kredytu to różnica między spłaconym kapitałem $\tilde{x}_2(j)\tilde{x}_{21}(j)$ a udzielonym kredytem $K_j$, co po wykorzystaniu zależności (4.1.9) zapisujemy następująco:

$$\propto_j = \tilde{x}_{21}(j)\left(\tilde{x}_2(j) - \frac{q_j^{\tilde{x}_2}-1}{q_j^{\tilde{x}_2}(q_j-1)}\right). \tag{4.1.11}$$

Jeśli zaakceptowany zostanie pewien zbiór wiarygodnych wniosków $\boldsymbol{X}^*$, to spodziewany przychód można wyznaczyć następująco:

$$\propto (\boldsymbol{X}^*) = \sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^*}^{\square} \propto_j = \sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^*}^{\square} \tilde{x}_{21}(j)\left(\tilde{x}_2(j) - \frac{q_j^{\tilde{x}_2}-1}{q_j^{\tilde{x}_2}(q_j-1)}\right). \tag{4.1.12}$$

Można sformułować problem klasyfikacji nowych wniosków, a następnie zagadnienie ich optymalizacji w celu maksymalizacji przychodu banku przy założonym poziomie bezpieczeństwa.

Dla zadanych:
zbioru nowych wniosków kredytowych $\boldsymbol{X}$, a także $C^{MAX}$, $K_{min}, R_{min}, T_{min}$, wektora $p = [p_1, \dots, p_j, \dots p_J]$ oraz zbioru referencyjnego $\boldsymbol{X^{JCS}}$, którego elementy są wektorami wierszowymi o współrzędnych
[$\tilde{x}_0 = j$ -identyfikator kredytu, $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$, $\tilde{x}_4$, $\tilde{x}_7$, $\tilde{x}_9$, $\tilde{x}_{10}$, $\tilde{x}_{14}$, $\tilde{x}_{17}$, $\tilde{x}_{20}$, $\tilde{x}_{21}$]
należy wyznaczyć zbiór wniosków wiarygodnych $\boldsymbol{X}^+$,
a następnie pewien podzbiór wiarygodnych wniosków $\boldsymbol{X}^{**} \subset \boldsymbol{X}^+$, który cechuje się maksymalnym szacowanym przychodem, jak niżej:

$$\propto (\boldsymbol{X}^{**}) = \max_{\boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+} \propto (\boldsymbol{X}^*), \tag{4.1.13}$$

przy ogr.

$$\beta_{min} \leq \min_{x(i) \in \boldsymbol{X}^*} \frac{\tilde{x}_1(i)}{\tilde{x}_2(i)\tilde{x}_{21}(i)}, \tag{4.1.14}$$

$$\tilde{x}_1 \geq K_{min}, \tag{4.1.15}$$

$$\tilde{x}_2 \geq T_{min}, \tag{4.1.16}$$

$$\tilde{x}_{21} \geq R_{min}, \tag{4.1.17}$$

$$\sum_{x(j) \in \boldsymbol{X}^*} \frac{\tilde{x}_{21}(j) q_j^{\tilde{x}_2} - 1}{q_j^{\tilde{x}_2}(q_j - 1)} \leq C^{MAX}, \quad \boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+ \subset \boldsymbol{X}. \tag{4.1.18}$$

Zagadnienie optymalizacji jednokryterialnej (4.1.13) -(4.1.18) jest czasochłonne obliczeniowo przy dużej liczbie wniosków. Wymagana jest klasyfikacja w celu wyznaczenia zbioru wniosków kredytowych $\boldsymbol{X}^+$. Następnie zachodzi redukcja zbioru wniosków wiarygodnych do zbioru wniosków $\boldsymbol{X}^{**}$ o najwyższym łącznym zysku $\propto (\boldsymbol{X}^{**})$, przy czym spełnione powinny być ograniczenia dotyczące wymaganego poziomu zabezpieczenia finansowego kredytu $\beta_{min}$, minimalnego stanu rachunku bieżącego $K_{min}$, minimalnego okresu trwania kredytu $T_{min}$, minimalnej wysokości raty kredytu $R_{min}$, a także nieprzekroczenia limitu funduszy $C^{MAX}$ przeznaczonych na kredyt.

Heurystyka polegająca na posortowaniu wniosków wiarygodnych ze zbioru $\boldsymbol{X}^+$ wg rosnącego przychodu $\propto (x)$, a następnie selekcji najbardziej wiarygodnych wniosków tak, aby spełnione były ograniczenia, nie gwarantuje wyznaczenia zbioru $\boldsymbol{X}^{**}$. Problem

można rozwiązać za pomocą metaheurystyk typu algorytm ewolucyjny lub dokładnych metod typu podziału i ograniczeń.

Dane do interesującej sytuacji decyzyjnej opisano w zbiorze danych *Give Me Some Credit - GMSC* z 2011 roku [191]. W tym wypadku szacowaniu podlega wartość $\tilde{x}_{31}$, która mówi o tym, czy wystąpiło co najmniej jedno zdarzenie braku spłaty dowolnego zadłużenia przez okres przekraczający 90 dni w ciągu najbliższych dwóch lat. Niech dla $j$-tego klienta $x(j) \in \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{GMSC}}$ zadane jest $\tilde{x}_{31}(j)$, przy czym $x(j) = [\tilde{x}_0(j), \tilde{x}_{14}(j), \tilde{x}_{18}(j), \tilde{x}_{22}(j), \tilde{x}_{23}(j), \tilde{x}_{24}(j), \tilde{x}_{25}(j), \tilde{x}_{26}(j), \tilde{x}_{27}(j), \tilde{x}_{28}(j), \tilde{x}_{29}(j)]$.

Zbiór obserwacji zawiera dane o 250 000 klientach. Z modelu japońskiego wykorzystano $\tilde{x}_{14}$ - wiek [lata], a z modelu niemieckiego $\tilde{x}_{18}$ - liczbę osób na utrzymaniu kredytobiorcy. Warto zwrócić uwagę na to, że o ile poprzednio opisywane zbiory danych zawierały dane z wniosków kredytowych, to w przypadku zbioru *GMSC* pojedyncza obserwacja $x$ obejmuje charakterystyki historii kredytowej wnioskodawcy. Predykcja zachowania kredytobiorcy może opierać się na podstawie wszystkich zaciągniętych przez niego kredytów, w tym za pomocą kart kredytowych.

Za pomocą zbioru danych należy oszacować wartość $\tilde{x}_{31}$ dla $x \notin \boldsymbol{X}^{\boldsymbol{GMSC}}$. Wymagane jest ewidencjonowanie w przeciągu ostatnich dwóch lat zdarzeń niespłacania zobowiązań kredytowych przez okres 30 - 59, 60 - 89 oraz ponad 90 dni. Ważną rolę odgrywa liczba zaciągniętych kredytów hipotecznych i niehipotecznych. Możliwości spłaty cechują również atrybut $\tilde{x}_{25}$ - miesięczny dochód [MU]. Ponadto zadany jest $\tilde{x}_{24}$ – wyrażony w procentach stosunek wysokości miesięcznych płatności wszystkich rat kredytów do wysokości zarobków brutto. Przyjmuje się, że $\tilde{x}_{24}$ stanowi wartość uśrednioną w pewnym okresie, np. jednego roku. Do szacowania wartości $\tilde{x}_{31}$ można zastosować metody uczenia maszynowego z wykorzystaniem zbioru obserwacji $\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{GMSC}}$. Jeśli wniosek nie zostanie zaakceptowany możliwe jest zmniejszenie limitów, a w wypadku zbyt niskiego limitu wniosek może zostać odrzucony.

Przed upływem daty ważności karty kredytowej możliwe jest dokonanie kolejnej prognozy w celu wyznaczenia nowego sumarycznego limitu linii odnawialnych. Ponadto może być konieczna optymalizacja zbioru wiarygodnych wniosków o wydanie kart. Niech podczas trwania kampanii przedłużania kart kredytowych, np. 1 miesiąca, wstępnie zaakceptowane wykorzystanie limitów transakcji kredytowych na podstawie wniosków wiarygodnych przekroczy kapitał $C^{MAX}$ przydzielony dla tego produktu. Jeśli zadane są

limity linii kredytowych w postaci wektora $c = [c_1, \dots, c_j, \dots c_J]$, to zredukowany dopuszczalny zbiór wniosków wiarygodnych powinien spełniać ograniczenie, jak niżej:

$$\sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^*} c_j \;\leq\; C^{MAX}, \quad \boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+ \subset \boldsymbol{X}. \tag{4.1.19}$$

Istotną rolę odgrywa $\tilde{x}_{22}$ stopień wykorzystania odnawialnej linii kredytowej dla przydzielonego limitu kart kredytowych (kredyt odnawialny). Dalsze rozważania będą się odbywały przy założeniu, że wartość $\tilde{x}_{22}$ jest uśredniona w czasie dwóch lat. Przyjmuje się, że płynność finansowa banku nie zostanie utracona, jeśli:

$$\sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^*} c_j \;\tilde{x}_{22}(j) \;\leq\; \gamma C^{MAX}, \quad \boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+ \subset \boldsymbol{X}\,, \tag{4.1.20}$$

gdzie $\gamma$ – poziom ryzyka utraty płynności finansowej przez bank z powodu przekroczenia limitu finansowania przez udzielone kredyty dla kart kredytowych [%].

Im niższy poziom ryzyka utraty płynności finansowej, tym bezpieczniej, ale z drugiej strony występują większe rezerwy kapitałowe i mniejsza liczba kart z niższymi limitami, co prowadzi do niższego zysku. Ważnym postulatem jest, aby klient po otrzymaniu karty z pewnym limitem korzystał z tej karty, co w wypadku modelu *GMSC* prowadzi do następującego ograniczenia:

$$\tilde{x}_{22}(j) \geq \gamma_{min}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*, \tag{4.1.21}$$

gdzie $\gamma_{min}$ – preferowany poziom wykorzystania linii kredytowej [%].

Ponadto wyrażony w procentach stosunek wysokości miesięcznych płatności wszystkich rat kredytów do wysokości zarobków nie może być zbyt wysoki, co można zapisać za pomocą następującego ograniczenia:

$$\tilde{x}_{24}(j) \leq \delta_{max}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*. \tag{4.1.22}$$

Również dopuszczalna liczba zdarzeń związanych z niespłacaniem transakcji kredytowych w terminach świadczy o zwiększonym ryzyku, które można zmniejszyć za pomocą przestrzegania następujących reguł:

$$\tilde{x}_{23}(j) \leq L_{30-59}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*, \tag{4.1.23}$$

$$\tilde{x}_{29}(j) \leq L_{60-89}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*, \tag{4.1.24}$$

$$\tilde{x}_{27}(j) \leq L_{90+}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*, \tag{4.1.25}$$

gdzie:

$L_{30-59}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zdarzeń w przeciągu 2 ostatnich lat, związanych z niespłaceniem kredytu w okresie od 30 do 59 dni od daty transakcji;

$L_{60-89}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zdarzeń w przeciągu 2 ostatnich lat, związanych z niespłaceniem kredytu w okresie od 60 do 89 dni od daty transakcji;
$L_{90+}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zdarzeń w przeciągu 2 ostatnich lat, związanych z niespłaceniem kredytu w terminie co najmniej 90 od daty transakcji.

Zarząd banku może również nałożyć ograniczenia na liczbę zaciągniętych kredytów hipotecznych oraz niehipotecznych, jak niżej:

$$\tilde{x}_{26}(j) \le L_{NHip}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*, \tag{4.1.26}$$

$$\tilde{x}_{28}(j) \le L_{Hip}, \quad x(j) \in \boldsymbol{X}^*, \tag{4.1.27}$$

gdzie:
$L_{NHip}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zaciągniętych kredytów niehipotecznych;
$L_{Hip}$ – maksymalnie dopuszczalna liczba zaciągniętych kredytów hipotecznych.

Warto podkreślić, że bank zarabia na transakcjach zrealizowanych za pomocą wydanych kart kredytowych. Od zapłaconej kwoty agent rozliczeniowy, czyli firma obsługująca terminal płatniczy, pobiera opłatę akceptanta *MSC*, z której opłata *interchange* $\varepsilon_{fee}$ zwracana jest do banku. W Polsce stawka opłaty *interchange* wynosi 0,2% dla kart debetowych oraz 0,3% dla kart kredytowych. Na ostateczną wysokość kosztów ponoszonych przez sprzedawcę wpływa, oprócz opłaty interchange, marża agenta rozliczeniowego oraz opłaty dodatkowe. Ta ostatnia pozycja jest pochodną prowizji płaconych na rzecz organizacji płatniczych, takich jak *Visa* czy *MasterCard*. Finansują one wydatki marketingowe, koszty przetwarzania transakcji oraz opłaty licencyjne [118].

Na podstawie danych ze zbiory *GMSC* można oszacować przychód z tytułu wydania karty kredytowej i realizacji transakcji przez okres 2 lat, jak niżej:

$$\propto_j^{cc} = \propto_j^0 + \varepsilon_{fee}\tilde{x}_{22}(j)c_j, \tag{4.1.28}$$

gdzie $\propto_j^0$ – opłata za wydanie karty kredytowej [MU].

Dla zaakceptowanego zbioru wiarygodnych wniosków $\boldsymbol{X}^*$ o wydanie kart kredytowych spodziewany przychód w okresie 2 lat można wyznaczyć następująco:

$$\propto^{cc}(\boldsymbol{X}^*) = \sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^*} \propto_j^{cc} = \sum_{x(j)\in \boldsymbol{X}^*} \left(\propto_j^0 + \varepsilon_{fee}\tilde{x}_{22}(j)c_j\right). \tag{4.1.29}$$

Niech elementy zbiorów $\boldsymbol{X}$ oraz $\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{GMSC}}$ są wektorami wierszowymi o współrzędnych [$\widetilde{x_0} = j$ - identyfikator kredytu, $\tilde{x}_{14}$, $\tilde{x}_{18}$, $\tilde{x}_{22}$,..., $\tilde{x}_{29}$ ]. Problem klasyfikacji nowych

wniosków o wydanie kart kredytowych, a następnie ich optymalizację w celu maksymalizacji przychodów banku przy zachowanym poziomie bezpieczeństwa można sformułować w następujący sposób.

Dla zadanych: zbioru nowych wniosków kredytowych $\boldsymbol{X}$, zbioru referencyjnego $\boldsymbol{X^{GMSC}}$, wektorów $c = [c_1, \dots, c_j, \dots, c_J]$, $\propto^0 = [\propto_1^0, \dots, \propto_j^0, \dots, \propto_J^0]$,
a także liczb $C^{MAX}$, $\varepsilon_{fee}$, $L_{NHip}$, $L_{Hip}$, $L_{30-59}$, $L_{60-89}$, $L_{90+}$, $\delta_{max}$, $\gamma_{min}$, $\gamma$
należy wyznaczyć zbiór wniosków wiarygodnych $\boldsymbol{X}^+$, a następnie jego podzbiór $\mathbf{X}^{**} \subset \boldsymbol{X}^+$, który cechuje się maksymalnym przychodem, jak niżej:

$$\propto (\boldsymbol{X}^{**}) = \max_{\boldsymbol{X}^* \subset \boldsymbol{X}^+} \propto (\boldsymbol{X}^*), \tag{4.1.30}$$

przy ogr. (4.1.20) – (4.1.28)

W zagadnieniu optymalizacji jednokryterialnej (4.1.30) zbiór wiarygodnych wniosków $\boldsymbol{X}^+$ wyznaczany jest za pomocą klasyfikatora. Następnie zachodzi redukcja zbioru wniosków wiarygodnych do zbioru wniosków $\boldsymbol{X}^{**}$ o najwyższym łącznym szacowanym przychodzie z wydawania kart i transakcji, przy czym spełnione powinny być ograniczenia dotyczące nieprzekroczenia łącznego limitu $C^{MAX}$, a także zachowania płynności finansowej w odniesieniu do realizowanych transakcji.

Wskazane jest zapewnienie preferowanego poziomu wykorzystania linii kredytowej oraz niskiego poziomu miesięcznych płatności rat kredytów do wysokości zarobków. Również dopuszczalna liczba zdarzeń związanych z niespłacaniem transakcji kredytowych w wymaganych terminach nie powinna być zbyt duża. Zarząd banku może również nałożyć ograniczenia na liczbę zaciągniętych kredytów hipotecznych oraz niehipotecznych. Dylemat polega na tym, że zbiorów wniosków wiarygodnych spełniających ograniczenia może być bardzo dużo, a zagadnienie można przekształcić w czasie wielomianowym w NP - trudny problem plecakowy.

Heurystyka polegająca na posortowaniu wniosków wiarygodnych ze zbioru $\boldsymbol{X}^+$ wg rosnącego przychodu, a następnie selekcji najbardziej wiarygodnych wniosków tak, aby spełnione były ograniczenia, nie gwarantuje wyznaczenia zbioru $\boldsymbol{X}^{**}$. Problem można rozwiązać za pomocą metaheurystyk lub dokładnych metod typu podziału i ograniczeń.

Bardziej rozbudowany problem optymalizacji polega na wyznaczaniu dodatkowo limitów $c_j$ dla wydawanych kart kredytowych. Wówczas na dodatkowe zmienne decyzyjne $c_j$ nakładane są ograniczenia na wartość dopuszczalnych limitów:

$$c_{min} \leq c_j \leq c_{max} \tag{4.1.31}$$

Ponadto możliwe jest zdefiniowanie zagadnienia wielokryterialnego, stosując jako drugie kryterium stopień wykorzystania odnawialnej linii kredytowej dla przydzielonych limitów kart kredytowych. Preferowane jest maksymalne wykorzystanie limitów przy minimalnej liczbie zdarzeń niespłacania kredytów.

Dataset Lending Club opracowała firma udzielająca internetowych kredytów [192]. Inwestor może przekazać całą kwotę kredytu, jak również tylko część tej kwoty. Z tego względu w zbiorze danych są takie atrybuty jak: $\tilde{x}_{61}$ - data zebrania całej kwoty kredytu, $\tilde{x}_{62}$ - data wpłynięcia od inwestora wszystkich środków do udzielenia kredytu, czy też $\tilde{x}_{67}$ - ufundowana wysokość kredytu przez Lending Club. Możliwymi celami kredytu są: konsolidacja długu, spłata zadłużenia na karcie kredytowej, opłata wakacji, sfinansowanie zabiegów medycznych, opłata napraw domowych lub przeprowadzki, zakup sprzętu domowego, a także na sfinansowanie działalności małej firmy.

Dataset jest corocznie uaktualniany od początku 2007 r. i na początku 2024 r. zawierał 1 765 489 obserwacji. Z faktu, iż dwa atrybuty: $\tilde{x}_{35}$ - roczny dochód głównego kredytobiorcy [$] oraz $\tilde{x}_{67}$ - kwota pożyczki, o którą wystąpił kredytobiorca z uwzględnieniem ewentualnego jej obniżenia przez dział kredytów [$], mogą przyjmować nieskończenie wiele wartości wynika, że wielkość dziedziny poszukiwanej funkcji jest również nieskończona. W zbiorze danych wartości rocznego dochodu $\tilde{x}_{35}$ należą do przedziału [0, 9 500 000], natomiast kwota kredytu $\tilde{x}_{67}$ do przedziału [1 000, 35 000].

O kredyt mogą wnioskować co najmniej dwie osoby. W tym przypadku mamy kredytobiorcę głównego oraz współkredytobiorcę, co znajduje odzwierciedlenie w takich atrybutach, jak roczny dochód kredytobiorcy głównego - $\tilde{x}_{35}$ czy też sumaryczny dochód wszystkich kredytobiorców - $\tilde{x}_{36}$. Oprócz atrybutów wypełnionych przez pracowników *Lending Clubu* znajdują się również atrybuty tekstowe potencjalnego kredytobiorcy. Atrybut $\tilde{x}_4$ - cel kredytu jest zmienną kategoryczną, której wartość zostaje nadana na podstawie tekstu wpisanego przez kredytobiorcę i skopiowanego do $\tilde{x}_{46}$. Atrybut $\tilde{x}_{119}$ to tytuł pożyczki nadany przez kredytobiorcę.

W opisie atrybutów datasetu są dane o wymaganiach. Pole $\tilde{x}_{88}$ to liczba kart kredytowych i debetowych spełniających wymagania Lending Clubu, a $\tilde{x}_{94}$ - liczba kredytów spełniających wymagania. Znane są również górne i dolne granice scoringu *FICO* opisane w atrybutach $\tilde{x}_{51}$oraz $\tilde{x}_{52}$. Kryterium wiarygodności kredytowej może być $F_2$ – rating kredytowy. Uszczegółowia go atrybut $\tilde{x}_{116}$ - podkategoria ratingu

kredytowego przypisana przez Lending Club. Klasa ratingu, np. *A* jest rozbita na 5 podklas nazwanych kolejno: *A1, A2,…,A5* o malejącej ocenie wiarygodności kredytowej.

Wartość atrybutu status pożyczki $\tilde{x}_{68}$ pozwala identyfikować pożyczki z opóźnieniem spłaty. Dla rekordów opisujących aktualny status pożyczki jako opóźnienie spłaty, wartość wyrażenia $\tilde{x}_2\tilde{x}_{21} - \tilde{x}_{131} - \tilde{x}_{132} - \tilde{x}_{133}$ stanowi wartość parametru *EAD* [192]. Dla rekordów opisujących aktualny status pożyczki jako niespłacony, wartość wyrażenia $\tilde{x}_2\tilde{x}_{21} - \tilde{x}_{131} - \tilde{x}_{132} - \tilde{x}_{133}$ stanowi iloczyn *EAD***LGD* [192]. Za pomocą tych obserwacji można wyznaczyć wartości *LGD* oraz *EAD* dla niespłacanych pożyczek.

Niech $\boldsymbol{X^{LC}}$ oznacza zbiór obserwacji kredytowych $x$, dla których znana jest wartość ratingu kredytowego $F_2$. Niech $\boldsymbol{X^{LC}} \subset \boldsymbol{X}$, gdzie $\boldsymbol{X}$ jest zbiorem wszystkich możliwych wniosków kredytowych. Podstawowe zagadnienie klasyfikacji dla datasetu *Lending Club* jest następujące.

Dla danych wejściowych opisujących wniosek kredytowy $x \notin \boldsymbol{X^{LC}}$**:**
$[\tilde{x}_0,\ldots, \tilde{x}_{174}]$ należy wyznaczyć funkcję wieloklasowego ratingu kredytowego:

$$F_2(x) \to \{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}, \mathrm{E}, \mathrm{F}\}^{\square}, \tag{4.1.32}$$

gdzie funkcja $F_2$ jest zdefiniowana za pomocą obserwacji $F_2(x)$ należących do zbioru $\boldsymbol{X^{LC}}$.

W kolejnej sytuacji decyzyjnej szacuje się scoring kredytowy. W modelu jako wartość kryterium $F_3$ przyjmuje się wartość atrybutu $\tilde{x}_{51}$ - górnej granicy scoringu FICO dla kredytobiorcy.

Dla danych wejściowych opisujących wniosek kredytowy $x \notin \boldsymbol{X^{LC}}$ o atrybutach $\tilde{x}_0,\ldots, \tilde{x}_{174}$ należy wyznaczyć funkcję scoringu kredytowego:

$$F_3(x) \to \langle 0,1\rangle^{\square}, \tag{4.1.33}$$

przy czym funkcja $F_3$ jest zdefiniowana za pomocą atrybutu $\tilde{x}_{51}$ dla obserwacji należących do zbioru $\boldsymbol{X^{LC}}$.

Ważnym sformułowaniem problemu optymalizacji jest przypadek, w którym bank ma ograniczoną kwotę na przydzielenie kredytów oraz ważna jest maksymalizacja *sumarycznego scoringu kredytowego* wszystkich zatwierdzonych wniosków.

Dla zadanych:

zbioru nowych wniosków kredytowych $\boldsymbol{X}$, zbioru referencyjnego $\boldsymbol{X^{LC}}$, liczb $C^{MAX}$, $L_{Hip}$,

należy wyznaczyć dla $x \in \boldsymbol{X}$ wartości funkcji scoringu kredytowego $F_3(x) \rightarrow \langle 0,1 \rangle$ zdefiniowanej za pomocą obserwacji ze zbioru referencyjnego $\boldsymbol{X^{LC}}$,

a następnie pewien zbiór wniosków $\mathbf{X}^{+} \subset \boldsymbol{X}$, który cechuje się maksymalną sumaryczną wartością scoringu kredytowego, jak poniżej:

$$F_3(\boldsymbol{X}^{+}) = \max \sum_{x \in \boldsymbol{X}^{+}} F_3(x), \qquad (4.1.34),$$

przy ogr. (4.1.27) oraz

$$\sum_{x \in \boldsymbol{X}^{+}} \tilde{x}_{21}(x) * \tilde{x}_2(x) < C^{MAX} \qquad (4.1.35).$$

Model decyzyjny *LC* (4.1.34) - (4.1.35) jest najbardziej kompleksowym ze wszystkich opisanych do tej pory. Uwzględnia nie tylko sytuację kredytobiorcy, ale również jego współkredytobiorców.

Interesującym datasetem jest Fannie Mae Single Family Loan Performance Data - FM [190], który zawiera dane o pożyczkach hipotecznych o stałym oprocentowaniu i stałym okresie kredytowania nie przekraczającym 30 lat. Fannie Mae jest rządową agencją pożyczkową w USA. Udostępnione dane obejmują okres od 1 stycznia 2000 r. aż do 2023 roku. Ok. 24 mln obserwacji obrazuje status aktywnych pożyczek z uwzględnieniem stanu ich spłacenia. Przyjmuje się oznaczenie $\boldsymbol{X^{FM}}$ dla zbioru obserwacji kredytowych, dla których znana jest wartość funkcji estymowanej przez model. Przyjmuje się jako kryterium wiarygodności kredytowej $F_3$ - scoring kredytowy głównego kredytobiorcy lub współkredytobiorcy.

Autorzy datasetu dodali do niego skrypt w języku *R* pozwalający na obliczenie parametrów: *LGD* oraz *EAD* na podstawie danych opisujących miesięczny przebieg spłacania pożyczki (ang. *performance file*). Konsekwencją tego jest to, że parametry *LGD* oraz *EAD* mogą być stosowane jako kryteria wiarygodności. Bank może być zainteresowany udzielaniem kredytu, który jest obciążona bardzo dużym ryzykiem braku spłaty. Wartość oczekiwanej straty na zbiorze udzielonych kredytów nie powinna przekraczać założonej maksymalnej wartości straty $LOSS^{MAX}$. Problem optymalizacji można sformułować, jak niżej.

Dla danych wejściowych opisujących nowy wniosek kredytowy $x \in \boldsymbol{X}$, przy czym $x \notin \boldsymbol{X^{FM}}$, gdzie $\boldsymbol{X^{FM}}$ to zadany zbiór obserwacji kredytowych, $x = [\tilde{x}_0, \ldots, \tilde{x}_{191}]$ należy wyznaczyć wartość parametrów *EAD* oraz *LGD* spełniające zależność:

$$LGD(x) \to \langle 0, \infty \rangle, \quad (4.1.36)$$

gdzie wartości funkcji $LGD(x)$ oraz $EAD(x)$ są zdefiniowane za pomocą obserwacji ze zbioru referencyjnego $\boldsymbol{X^{FM}}$,

a następnie należy wybrać zbiór wniosków $\boldsymbol{X^{+}} \subset \boldsymbol{X}$, który spełnia warunek nieprzekroczenia wartości granicznej łącznej oczekiwanej straty na portfolio kredytowym:

$$\sum_{x \in \boldsymbol{X^{+}}} LGD(x) * EAD(x) < LOSS^{MAX}. \quad (4.1.37)$$

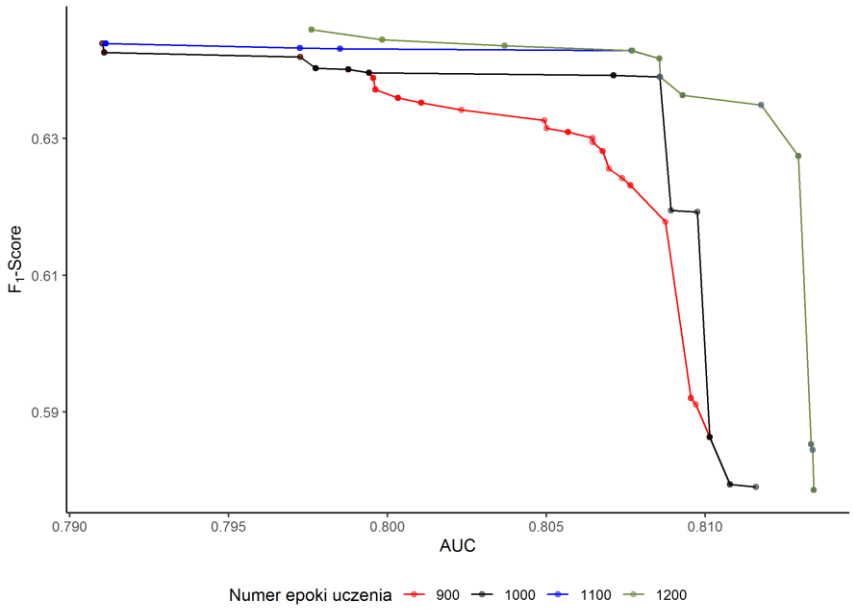
## 4.2 Wielokryterialna predykcja z wykorzystaniem metryk uczenia

Optymalizacja wektorowa może dotyczyć trzech kluczowych aspektów związanych z decyzjami kredytowymi. Po pierwsze, może dotyczyć konstruowania klasyfikatorów z kilkoma wyjściami (zmienne objaśniające) do oceny wniosków kredytowych. Po drugie, może dotyczyć wielokryterialnej oceny klasyfikatorów w oparciu o wybrane kryteria oceny błędów. Po trzecie, może odnosić się do rozwiązania zagadnień optymalizacji wektorowej, w której rozpatruje się zbiory wniosków kredytowych z punktu widzenia preferencji banku. Powyższe podejścia są nowe, gdyż w nadzorowanym uczeniu maszynowym wykorzystywanym przy wspieraniu decyzji kredytowych stosuje się zazwyczaj jedną zmienną objaśniającą (wyjście). Przykładem tego są sytuacje decyzyjne oparte o German Credit Data czy też Australian Credit Approval.

Jednakże możliwe jest rozpatrywanie modeli, w których na wyjściu jest przypisanych kilka etykiet. Tematyka artykułu w czasopiśmie może należeć jednocześnie do kilku kategorii, jak chociażby nauka, gospodarka, czy też medycyna [172]. Klasyfikowany obraz może być przydzielony jednocześnie do kilku klas [179]. Z kolei w bioinformatyce sekwencja genów może pełnić równocześnie kilka funkcji fenotypowych [48]. Klasyfikacja za pomocą wielu etykiet (ang. *multi-label classification*) opiera się na przypisaniu obserwacji wektora etykiet, a nie pojedynczej etykiety. Mimo, że od kilku lat rośnie zainteresowanie zastosowaniem klasyfikacji z wieloma etykietami [38, 123, 184], to nie pojawiły się jeszcze metody dotyczące zastosowania tego rodzaju klasyfikacji odnośnie do decyzji kredytowych.

W wypadku klasyfikacji wniosków kredytowych opartego o dane ze zbioru German Credit Data do oceny wniosku stosuje się zazwyczaj kryterium binarnej oceny wiarygodności wniosku. Ważnym kryterium oceny wniosku jest poziom zysku instytucji finansowej wynikający z oprocentowania kredytu. Istotny również jest prognozowany stopień wspierania lokalnego biznesu. Każdy udzielony kredyt może także przynieść wzrost zadowolenia społecznego. Kredyty wreszcie mogą być przeznaczone dla wybranych grup społecznych. Zarząd banku również może preferować udzielanie wybranych rodzajów kredytów w zależności od ich przeznaczenia.

Oprócz wielokryterialnej oceny wiarygodności kredytowej, można rozważać wektorową ocenę jakości klasyfikatorów. Zazwyczaj podczas konstruowania klasyfikatorów za pomocą metody nadzorowanego treningu stosuje się jednokryterialną funkcję oceny klasyfikatora, np. dokładność lub precyzję [181]. Jednakże optymalizacja klasyfikatorów z kilkoma wyjściami zgodnie z wybraną funkcją błędów może prowadzić do pogorszenia oceny klasyfikatora pod względem innej metryki [61]. Na rys. 4.1 przedstawiono brzeg Pareto dla zbioru ocen klasyfikatorów w wypadku maksymalizacji pola *AUC* pod krzywą *ROC* oraz funkcji *F1-score* dla zagadnienia predykcji wiarygodności wniosków kredytowych. Zasadne jest zatem stosowanie optymalizacji wielokryterialnej w celu wyznaczenia kompromisowego klasyfikatora. Analogicznie w [141] zaproponowano wielokryterialne podejście do projektowania klasyfikatorów w systemach technicznych przy minimalizacji funkcji *strat Hamminga* oraz funkcji 1-*Micro*$F_1$.

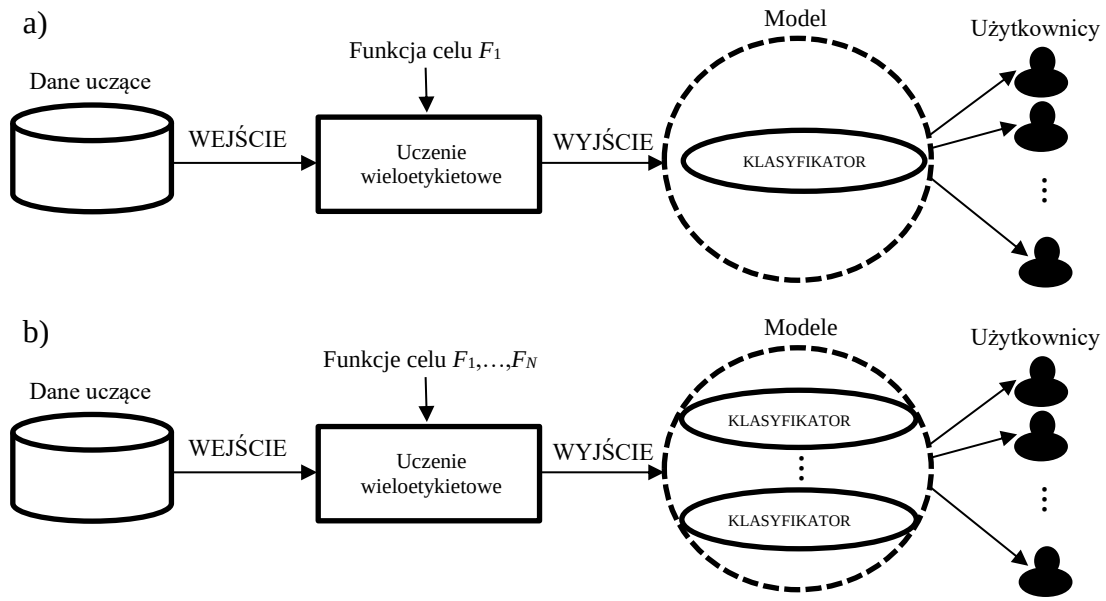



Rys. 4.1 Optymalizacja wielokryterialna parametrów klasyfikatora za pomocą algorytmu neuroewolucyjnego.
Źródło: opracowanie własne.

Maksymalizacja funkcji *AUC ROC* może spowodować pogorszenie wartości funkcji *F1-score* w wypadku szacowania wiarygodności kredytowej, a zatem istotna jest optymalizacja wektorowa w celu wyznaczenia pewnego kompromisu między kryteriami.

Na rys. 4.2 przedstawiono diagram klasyfikacji z wieloma etykietami. W klasyfikacji jednokryterialnej wyznacza się zazwyczaj jedno rozwiązanie, które ma spełniać wymagania użytkowników (rys. 4.2 a). Ze względu na różne preferencje użytkowników [123], w przypadku wielokryterialnej klasyfikacji z wieloma etykietami każdy z nich może wybrać rozwiązanie odpowiednie dla siebie (rys. 4.2 b).

Za pomocą uczenia wielokryterialnego (rys. 4.2 b) otrzymuje się zbiór klasyfikatorów produkujących na wyjściu wiele etykiet. Podstawową trudnością jest brak wypukłości oraz występowanie nieciągłości przy zastosowaniu niektórych funkcji strat, jak chociażby straty rankingowej (ang. *ranking loss*) czy też straty Hamminga (*ang. Hamming loss*) [162].




Rys. 4.2 Diagram klasyfikacji jedno- i wielokryterialnej z wieloma etykietami.
Źródło: opracowanie własne na podstawie [141]

W [141] zaproponowano algorytm MOML (ang. *multi-objective-based multi-label algorithm*), w którym zastosowano wielokryterialną optymalizację ewolucyjną (*ang. evolutionary multi-objective optimization EMO*). Zaproponowano dwie strategie selekcji klasyfikatorów. Użytkownicy mogą elastycznie dobierać wybrane strategie dla różnych aplikacji. Rozważa się dziewięć kryteriów oceny klasyfikatorów. Przeprowadzono testy z siedmioma zestawami danych. Eksperymentalnie potwierdzono poprawę jakości klasyfikacji dla większości kryteriów treningowych. Ponadto wprowadzono adaptację preferencji użytkowników dla wybranych funkcji celów [141].

W klasyfikacji wieoetykietowej (ang. *multi-label classification*) stosuje się w niej dwa podejścia [66]. Pierwszym z nich jest transformacja problemu klasyfikacji wieloetykietowej w grupę zagadnień klasyfikacji jednoetykietowej. Dla każdego zagadnienia klasyfikacji z jedną etykietą konstruuje się klasyczny klasyfikator, a zbiór klasyfikatorów wykorzystuje się do wyznaczenie klas z wieloma etykietami. Tego rodzaju podejście zastosowano z wykorzystaniem metody wektorów wspierających SVM [66], naiwnego klasyfikatora bayesowskiego (ang. *naive Bayes*) [91] oraz metody *k*-najbliższych sąsiadów (ang. *k-nearest neighbours*) [181]. W drugim podejściu algorytm treningowy jest modyfikowany tak, aby wyznaczyć klasę z wieloma etykietami. Powyższe podejście opiera się na modyfikacji drzew decyzyjnych [134], AdaBoost [133] oraz BP-MLL [182]. W obu podejściach stosuje się uczenie klasyfikatora za pomocą pojedynczej metryki.

Trening zespołowy (*ang. ensemble learning*) może efektywnie poprawić zdolność uogólniania klasyfikatora wektorowego. Z tego powodu zastosowano zbiór bazowych klasyfikatorów (ang. *base learners*) [128, 127, 142, 160, 161]. W metodzie RAKEL treningowi podlega kilka klasyfikatorów z pojedynczymi etykietami [160]. W metodzie EPS konstruowany jest klasyfikator z pojedynczym wyjściem [128].

Ważną rolę odgrywają kryteria treningu [40, 123, 170]. Miary oceny klasyfikatora są równie ważne jak typ zastosowanego klasyfikatora [123]. Zgodności metryk poświęcone są prace [39, 61, 97]. Wieloetykietowe funkcje strat są trudne do optymalizacji z powodu nieciągłości i braku wypukłości. Z tego względu stosuje się zastępcze funkcje strat (ang. *the surrogate loss functions*) [61]. Optymalizację wielokryterialną rozważa się w problemach eksploracji danych [54], w tym do klasteryzacji [78] czy też predykcji [5]. Zaproponowano wielokryterialny algorytm ewolucyjny do skonstruowania zbioru klasyfikatorów [142].

Dla dwóch modeli $M_1^{\square}, M_2^{\square} \epsilon\, \Omega^{\square}$ oraz zadanych funkcji skalarnych $F_1, \dots, F_n, \dots, F_N$, model $M_1^{\square}$ dominuje model $M_2^{\square}$ w sensie *N*-wymiarowej relacji $\lesssim$ (co oznaczamy jako $M_1^{\square} \lesssim M_2^{\square}$) wtedy i tylko wtedy, gdy [8]:

$$\left(\forall_{n\in\{1,\dots N\}} F_n\left(M_1^{\square}\right) \leq F_n\left(M_2^{\square}\right)\right) \wedge \left(\exists_{i\in\{1,\dots N\}} F_i\left(M_1^{\square}\right) < F_i\left(M_2^{\square}\right)\right), \qquad (4.2.1)$$

gdzie:

$N$ – liczba skalarnych funkcji celu;

$F_n$ – $n$-ta funkcja skalarna (metryka) podlegająca minimalizacji.

Jeśli zachodzi $\left(M_1^{\square}, M_2^{\square}\right) \notin \boldsymbol{\alpha}_{\gtrsim}$ oraz zachodzi $\left(M_2^{\square}, M_1^{\square}\right) \notin \boldsymbol{\alpha}_{\gtrsim}$ dla zadanych metryk $F_1, \dots, F_n, \dots, F_N$, to o modelach mówimy, że wzajemnie się nie dominują.

Natomiast model $M^* \in \boldsymbol{\Omega}$ jest Pareto-optymalny wtedy i tylko wtedy, jeśli $M^*$ nie jest zdominowany przez żaden inny model należący do zbioru $\boldsymbol{\Omega}$.

Niech $F$ oznacza kryterium wektorowe, takie że [8]:

$$F : \boldsymbol{\Omega} \rightarrow \boldsymbol{R}^N , \tag{4.2.2}$$

gdzie $\boldsymbol{R}$ - zbiór liczb rzeczywistych.

Ocena klasyfikatora $M \in \boldsymbol{\Omega}$ może być zapisana następująco:

$$F(M) = [F_1(M), \dots, F_n(M), \dots, F_N(M)]^T \in \boldsymbol{R}^N . \tag{4.2.3}$$

Zbiór ocen $\boldsymbol{Y}$ to obraz zbioru możliwych klasyfikatorów dla funkcji oceny $F$, co można zapisać, jak niżej [8]:

$$\boldsymbol{Y} = F(\Omega) = \{y \in \boldsymbol{R}^N \mid \ y = F(M), \ \ M \in \Omega\}. \tag{4.2.4}$$

Problem optymalizacji wielokryterialnej wyznaczania reprezentacji klasyfikatorów Pareto-optymalnych można sformułować następująco [8].

Dla zadanego zbioru danych obserwacji $\boldsymbol{XT}$ oraz minimalnych wartości metryk $F_n^{min}$, $n = \overline{1, N}$, należy wyznaczyć reprezentację klasyfikatorów Pareto-optymalnych $\boldsymbol{\Omega}_N^{\geq}$ dla uporządkowanej trójki:

$$(\boldsymbol{\Omega}, F, \boldsymbol{\alpha}_{\geq}), \tag{4.2.5}$$

gdzie:

1) $\boldsymbol{\Omega}$ – zbiór klasyfikatorów dopuszczalnych, które spełniają ograniczenia:

$$F_n(M) \geq F_n^{min}, \ n = \overline{1, N}, \tag{4.2.6}$$

2) $F$ – funkcja kryterium

$$F: \boldsymbol{\Omega} \rightarrow \boldsymbol{R}^N, \tag{4.2.7}$$

$$F(M) = [F_1(M), \dots, F_n(M), \dots, F_N(M)],$$

3) $\boldsymbol{\alpha}_{\geq}$ – relacja dominowania w $\boldsymbol{R}^N$

$$\boldsymbol{\alpha}_{\geq} = \{(a, b) \in \boldsymbol{Y} \times \boldsymbol{Y} | a_n \geq b_n, \ \ n = \overline{1, N}\}, \ \boldsymbol{Y} = F(\boldsymbol{\Omega}). \tag{4.2.8}$$

W zagadnieniu optymalizacji wektorowej rozważa się $N$ kryteriów cząstkowych, a zatem jest $\frac{N(N-1)}{2}$ możliwych par kryteriów do oceny klasyfikatorów. W wypadku trzech kryteriów można rozważać trzy sytuacje konfliktowe. Przykładowo, klasyfikator może cechować się mniejszą trafnością, ale za to większym polem pod krzywą ROC.

Niech $\boldsymbol{\Omega}_N^{\geq}$ oznacza zbiór klasyfikatorów optymalnych w sensie Pareto (sprawnych, efektywnych). Można udowodnić następujące twierdzenie.

*Twr.* 4.1
Dla kryteriów cząstkowych $F_1$ oraz $F_2$ w zagadnieniu polioptymalizacji (4.2.5) – (4.2.8) $(\boldsymbol{\Omega}, F, \boldsymbol{\alpha}_{\geq})$ zbiór klasyfikatorów Pareto-optymalnych $\boldsymbol{\Omega}_2^{\geq} \subseteq \boldsymbol{\Omega}$ zawiera się w zbiorze klasyfikatorów Pareto-optymalnych $\boldsymbol{\Omega}_3^{\geq} \subseteq \boldsymbol{\Omega}$ dla trzech kryteriów skalarnych $F_1$, $F_2$ oraz $F_3$, zbioru klasyfikatorów dopuszczalnych $\boldsymbol{\Omega}$ oraz relacji dominowania $\boldsymbol{\alpha}_{\geq}$ w $\boldsymbol{R}^3$.

*Dowód*: Niech $\boldsymbol{\Omega}_2^{\geq}$ będzie zbiorem klasyfikatorów Pareto-optymalnych dla kryteriów cząstkowych $F_1$ oraz $F_2$. Klasyfikatory ze zbioru $\boldsymbol{\Omega}_2^{\geq}$ są Pareto-optymalne niezależnie od wartości funkcji $F_3$. Ponieważ jednak może istnieć klasyfikator dopuszczalny $M \in \boldsymbol{\Omega}, M \notin \boldsymbol{\Omega}_2^{\geq}$, który ze względu na wartość $F_3(x)$ jest niezdominowany w sensie relacji $\boldsymbol{\alpha}_{\geq}$ w $\boldsymbol{R}^3$, to zachodzi $\boldsymbol{\Omega}_2^{\geq} \subseteq \boldsymbol{\Omega}_3^{\geq}$, co kończy dowód. □

Jeśli rozważa się *trafność klasyfikatorów* oraz *$F_1$-score*, to zbiór sprawny klasyfikatorów będzie podzbiorem zbioru efektywnego dla trzech kryteriów, do których zalicza się oprócz wspomnianych dwóch kryteriów, także *pole pod krzywą ROC*. Na podstawie twierdzenia 4.1 można udowodnić twierdzenie 4.2.

*Twr.* 4.2
Zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto $\boldsymbol{\Omega}_n^{\leq} \subseteq \boldsymbol{\Omega}$ dla $n$ ($n \geq 2$) kryteriów cząstkowych w zagadnieniu (4.2.5) - (4.2.8) $(\boldsymbol{\Omega}, F, \alpha_{\geq})$ zawiera się w zbiorze klasyfikatorów Pareto-optymalnych $\boldsymbol{\Omega}_{n+l}^{\leq} \subseteq \boldsymbol{\Omega}$ dla $n+l$ kryteriów skalarnych, $l \geq 1$, zbioru klasyfikatorów dopuszczalnych $\boldsymbol{\Omega}$, a także relacji dominowania $\boldsymbol{\alpha}_{\geq}$ w $\boldsymbol{R}^{n+l}$.

## 4.3 Wnioski i uwagi

Optymalizacja wielokryterialna może poprawić jakość metryk cechujących wytrenowane klasyfikatory ze względu na uwzględnienie wybranych aspektów jakości: W przypadku klasyfikatorów często nie wystarcza optymalizacja jednego kryterium (np. dokładności). Inne metryki, takie jak precyzja, recall, *$F_1$-score*, *AUC ROC* czy nawet koszty błędów fałszywie pozytywnych i fałszywie negatywnych, mogą być równie ważne.

Optymalizacja wielokryterialna pozwala na jednoczesne uwzględnienie tych różnych aspektów, co prowadzi do bardziej zrównoważonego i wszechstronnie lepszego modelu. Szczególnie ważne jest to w sytuacjach decyzyjnych związanych z udzielaniem kredytów.

Zgodnie z preferencjami zarządu banku niektóre metryki mogą mieć większe znaczenie niż inne w zależności od rodzaju kredytu. Na przykład, dla kredytów hipotecznych minimalizacja fałszywie negatywnych wyników może być krytyczna, podczas gdy podczas udzielania kredytów konsumpcyjnych może bardziej liczyć się minimalizacja fałszywie pozytywnych wyników. Optymalizacja wielokryterialna pozwala na dostosowanie modelu do konkretnych preferencji.

Przy optymalizacji jednego kryterium wartości innych metryk mogą się pogorszyć. Na przykład, maksymalizowanie dokładności może prowadzić do obniżenia precyzji lub recall. Optymalizacja wielokryterialna pozwala na wyznaczenie kompromisów, które minimalizują negatywny wpływ na inne ważne metryki, prowadząc do bardziej zrównoważonego klasyfikatora, za pomocą którego rekomenduje się wnioski kredytowe.

Modele optymalizowane wielokryterialnie mogą lepiej generalizować dla nowych wniosków kredytowych, ponieważ są trenowane z uwzględnieniem różnych aspektów wydajności. To może prowadzić do lepszego działania na nieznanych zestawach danych, co jest kluczowe dla praktycznej użyteczności modeli. Ponadto nadmierna optymalizacja jednej metryki może prowadzić do „przetrenowania", gdzie model jest zbyt dopasowany do danych treningowych kosztem generalizacji na danych testowych. Optymalizacja wielokryterialna może pomóc w zmniejszeniu tego ryzyka poprzez uwzględnienie różnych metryk, co skłania do bardziej ogólnego rozwiązania.

W diagnostyce kredytowej ważne jest zarówno wykrywanie potencjalnych oszustów (wysokie recall), jak i minimalizacja błędów fałszywie pozytywnych (wysoka precyzja) po to, aby udzielić kredyty osobom wiarygodnym pod względem kredytowym. Podejście wielokryterialna może wyznaczyć kompromis, który zapewnia odpowiednią równowagę między tymi metrykami. Reasumując, optymalizacja wielokryterialna jest kluczowym narzędziem w projektowaniu bardziej zrównoważonych, wszechstronnych i dostosowanych do specyficznych potrzeb modeli klasyfikacyjnych, które wspierają udzielanie kredytów.

# 5 Algorytm neuro-ewolucyjny do wyznaczania Pareto-optymalnych klasyfikatorów

Do wyznaczania reprezentacji Pareto-optymalnych klasyfikatorów skonstruowano neuro-ewolucyjny algorytm CENA (ang. *Creditworthiness Evolutionary Neural Assessment*) (rys. 5.1). Za jego pomocą rozwiązano wybrane instancje zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej (4.2.5) - (4.2.8), a następnie przedstawiono wyniki eksperymentów. Jako maksymalną liczbę warstw w sieciach neuronowych przyjęto 12.

Badanymi zestawami danych były German Credit Data [196], Give Me Some Credit [191] oraz Lending Club [192]. W eksperymentach wykorzystano uproszczoną wersję zestawu danych Lending Club pochodzącą z serwisu Kaggle [193]. Ze względu na konieczność powtórzenia eksperymentów wstępne przygotowanie danych wykonano za pomocą skryptów w języku *R*, które dostępne są na płycie CD dołączonej do rozprawy oraz na stronie WWW rozprawy. Z zestawów danych German Credit Data, Give Me Some Credit oraz Lending Club wybrano 600, 2000 oraz 1000 obserwacji tak, aby w zbiorach były równe liczby obserwacji wiarygodnych i niewiarygodnych kredytowo.

W wyniku wielokrotnych eksperymentów na niewielkich instancjach testowych rekomenduje się, aby w początkowej fazie działania algorytmu krzyżowaniu podlegało zazwyczaj 60% sieci neuronowych w populacji. Jeżeli wartości funkcji przystosowania poprawiają się dla co najmniej 20% sieci powstałych w wyniku krzyżowania, to wartość współczynnika *crossover rate* zwiększa się o 10%. W przeciwnym przypadku zmniejsza się go o 10%. Natomiast mutacji podlega 80% sieci, które nie były krzyżowane.

Możliwych jest kilka rodzajów mutacji sieci neuronowej (rys. 5.1). Nowatorska mutacja polega na zamianie funkcji aktywacji w neuronie. Podstawową funkcją aktywacji jest sigmoidalna funkcja ze znakiem, jak niżej:

$$SignedSigmoid(u) = 2 * \left( \frac{1}{1+e^{-A_{mut}*u}} - 0{,}5 \right), \tag{5.1}$$

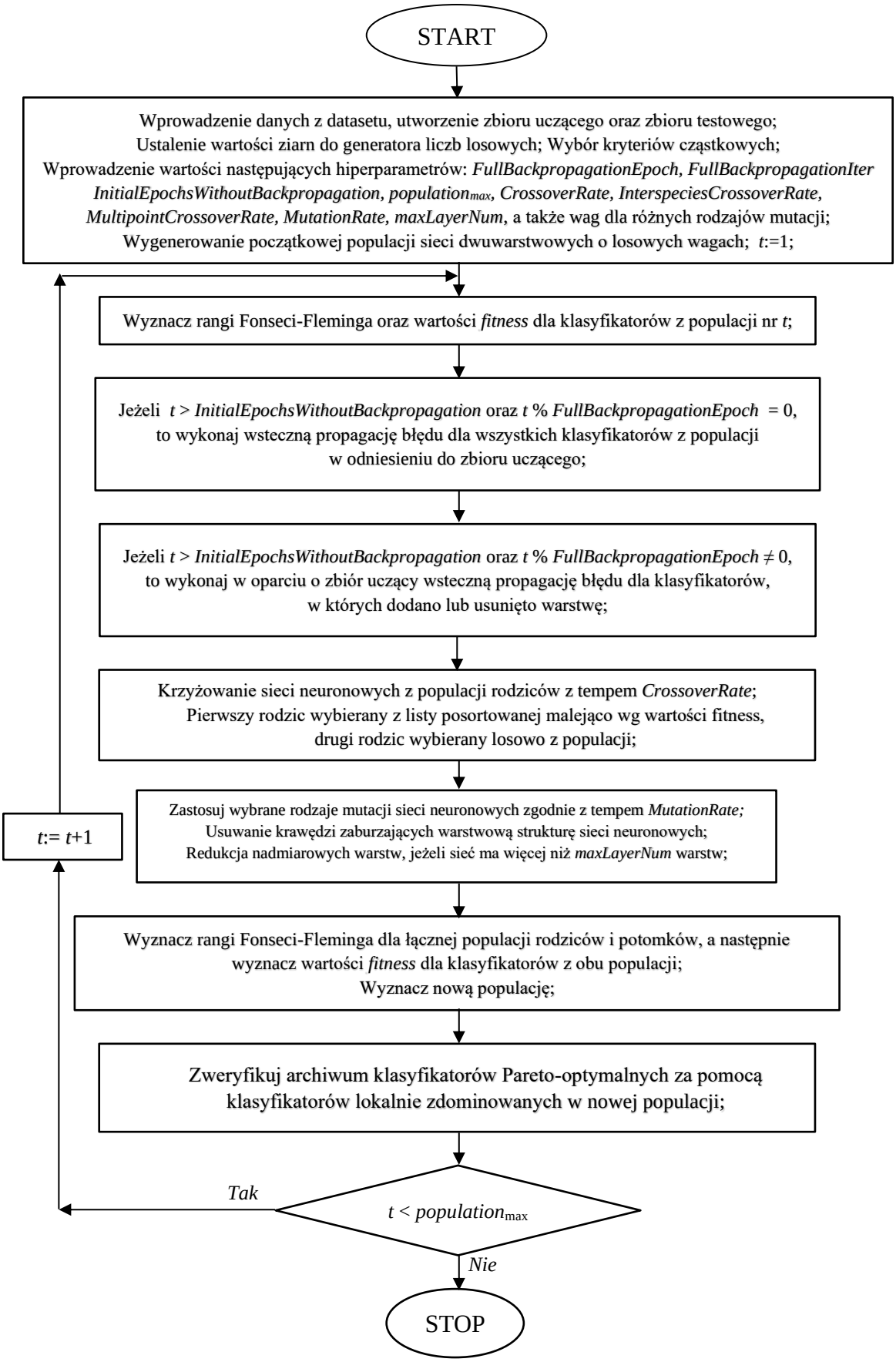
gdzie:

$A_{mut}$ - parametr mutacji w zakresie <0,5; 1,5>;

$u$ - poziom aktywacji.

Ponadto rozważa się sigmoidalną funkcję aktywacji bez znaku:

$$UnsignedSigmoid(u) = \frac{1}{1+e^{-A_{mut}*u}}. \tag{5.2}$$




Rys. 5.1 Diagram algorytmu neuro-ewolucyjnego CENA.
Źródło: opracowanie własne

Istotną funkcją aktywacji jest tangens hiperboliczny:

$$HyperbolicTangent(u) = \tanh(A_{mut} * u). \tag{5.3}$$

Ponadto mutacja może obejmować funkcję schodkową ze znakiem:

$$SignedStep(u) = \begin{cases} 1, \text{gdy } u > 0 \\ -1 \text{ w przeciwnym wypadku} \end{cases}, \tag{5.4}$$

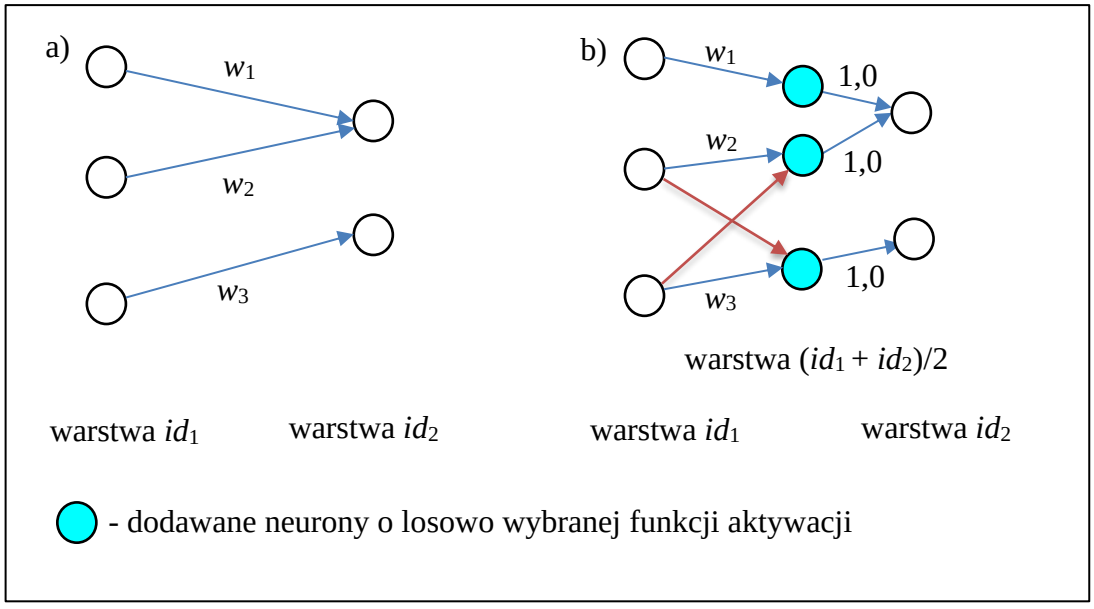
oraz funkcję schodkową bez znaku, jak niżej:

$$UnsignedStep(u) = \begin{cases} 1, \text{gdy } u > 0{,}5 \\ 0 \ w \text{ przeciwnym wypadku} \end{cases}, \tag{5.5}$$

Funkcją aktywacji może być również funkcja RELU:

$$Relu(u) = \begin{cases} u, \text{gdy } u > 0 \\ 0 \ w \text{ przeciwnym wypadku} \end{cases}. \tag{5.6}$$

W algorytmie CENA zastosowano również mutację polegającą na dodaniu warstwy neuronów (rys. 5.2). Neurony nowej warstwy cechują się losowo wybraną funkcją aktywacji. Dodatkowo wybrane neurony nowej warstwy łączy się z wybranymi neuronami warstwy poprzedzającej (pomarańczowe strzałki na rys. 5.2) połączeniami synaptycznymi o losowej wadze. Inny rodzaj mutacji polega na usuwaniu losowo wybranej warstwy neuronów ukrytych. Kolejny rodzaj mutacji umożliwia dodanie połączenia synaptycznego między dwoma neuronami z dwóch warstw sieci. Dodanie lub usuwanie neuronu w warstwie to dodatkowe mutacje. Mutacjami są również operacje usuwania lub dodawania połączenia synaptycznego.

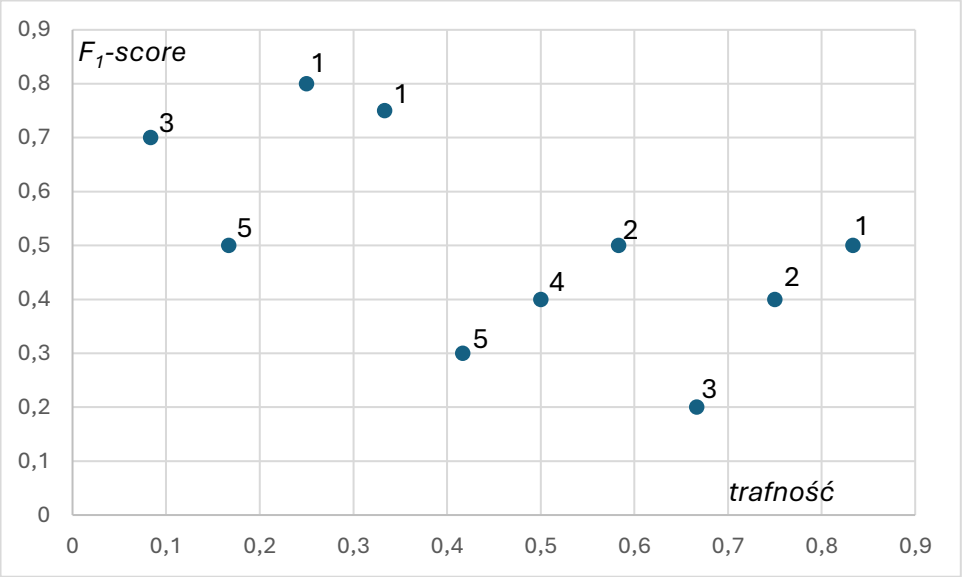



Rys. 5.2 Schemat mutacji wstawiającej warstwę neuronów.
Źródło: opracowanie własne

Sieci neuronowe w populacji są uczone za pomocą wstecznej propagacji błędu co trzydzieści generacji algorytmu ewolucyjnego. Jest to szczególny rodzaj mutacji. Jako tempo uczenia przyjęto wartość 0,01. Sieć wytworzona w wyniku wstecznej propagacji błędu zastępuje rodzica wtedy i tylko wtedy, gdy cechuje się wyższą wartością funkcji przystosowania. Ponadto za pomocą wstecznej propagacji błędów uczono sieci, które powstały przez dodanie lub usunięcie warstwy neuronowej.

W eksperymentach wielokryterialnych ustala się kryteria cząstkowe, np. trafność, *$F_1$-Score* oraz pole pod krzywą *ROC*. W tych instancjach zagadnienia (4.2.5) – (4.2.8) wartość funkcji przystosowania opiera się na rangach *Fonseci-Fleminga*. W każdej generacji algorytmu ewolucyjnego weryfikowano archiwum Pareto-optymalnych rozwiązań z bieżącą populacją.

Warto podkreślić, że przestrzeń ocen klasyfikatorów w wielokryterialnych eksperymentach numerycznych jest przestrzenią znormalizowaną, gdyż maksymalizowane metryki przyjmują wartości z przedziału domkniętego [0; 1]. Zgodnie z procedurą nadawania rang *Fonseci-Fleminga*, ranga rozważanego klasyfikatora jest zwiększoną o 1 liczbą klasyfikatorów, których oceny dominują ocenę rozważanego klasyfikatora (rys. 5.3).




Rys. 5.3 Przykładowe oceny klasyfikatorów w populacji z rangami *Fonseci-Fleminga*.
Źródło: opracowanie własne

Klasyfikatory cechujące się jednakową rangą mogą być usytuowane w regionach znormalizowanej przestrzeni ocen o zagęszczeniu ocen o tej randze. Za pomocą geometrycznej miary zagęszczenia $\beta$ (ang. *geometric crowding distance*) można preferować oceny leżące w mniej zagęszczonych obszarach. Wśród $\gamma$ klasyfikatorów o

tej samej randze, preferuje się klasyfikator o największej wartości $\beta$, która jest średnią odległością Euklidesa w znormalizowanym zbiorze ocen $\boldsymbol{Y}$. Wartość funkcji $\beta$ dla klasyfikatora nr $k$ wyznaczamy, jak niżej:

$$\beta(k) = \frac{1}{L\sqrt{N}} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{L} \sqrt{\sum_{n=1}^{N} (F_n(k) - F_n(l))^2}, \quad j = \overline{1,J};\ i = \overline{1,I}, \tag{5.7}$$

gdzie:
$n$ – numer współrzędnej oceny klasyfikatora,
$L$ – liczba klasyfikatorów o tej samej randze.

Wartość $\beta(k)$ należy do przedziału domkniętego $[0; 1]$. Rangi oraz wartości miary zagęszczenia umożliwiają wyznaczenie wartości funkcji sprawności dla klasyfikatora.

W wypadku klasyfikatorów niedopuszczalnych nie przydziela się im rang, lecz obniża się wartość funkcji sprawności o karę za niespełnienie ograniczeń (4.2.6) typu $F_n(M) \geq F_n^{min}$, $n = \overline{1,N}$. W wypadku niespełnienia $n$-tego ograniczenia (4.2.6) dąży się do minimalizacji różnicy $\xi_n(M) = F_n^{min} - F_n(M) > 0$, która jest karą za niespełnienie $n$-tego ograniczenia. Im mniejsza wartość łącznej kary $\xi(M) = \sum_{n=1}^{N} \xi_n(M), M \notin \boldsymbol{\Omega}$, tym wyższa fitness klasyfikatora niedopuszczalnego.

Po wyznaczeniu rang $\rho(M), M \in \boldsymbol{\Omega}$ klasyfikatorów dopuszczalnych w populacji znana jest wartość rangi maksymalnej $\rho_{max}$ dla rozwiązań dopuszczalnych. Ponadto dla klasyfikatorów niedopuszczalnych wyznacza się kary $\xi(M), M \notin \boldsymbol{\Omega}$ oraz karę maksymalną $\xi_{max}$ w populacji. W algorytmie CENA wartość maksymalizowanej funkcji sprawności klasyfikatora $M$ wyznacza się następująco:

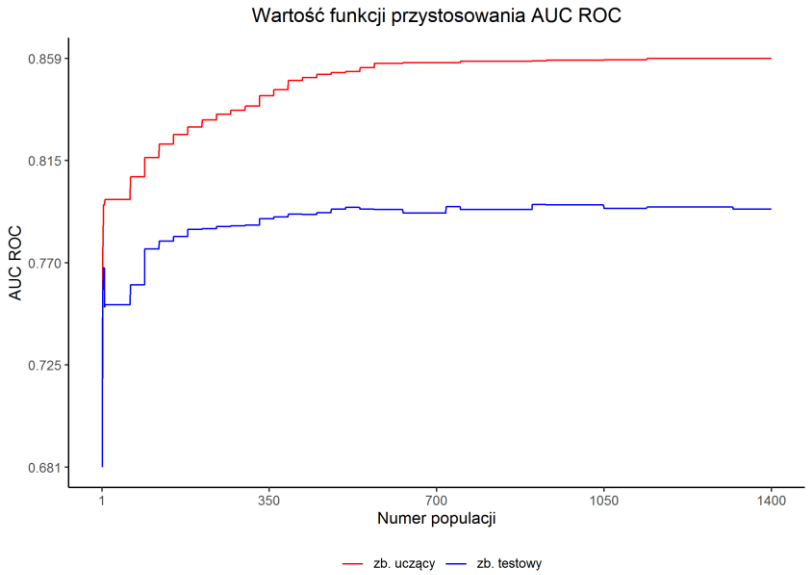
$$fitness(M) = \begin{cases} \xi_{max} + \rho_{max} - \rho(M) + \frac{1}{2}\beta(M) + 1, & \text{dla } M \in \boldsymbol{\Omega}, \\ \xi_{max} - \rho(M) + 1, & \text{dla } M \notin \boldsymbol{\Omega}. \end{cases} \tag{5.8}$$

Na podstawie sprawności klasyfikatorów można uporządkować klasyfikatory. Zastosowanie strategii elitarystycznej zapobiega utracie efektywnych rozwiązań podczas wyznaczania nowej populacji. Procedura generowania nowych populacji powtarzana jest co najwyżej $population_{max}$ razy.

## 5.1 Maksymalizacja pola pod krzywą ROC dla German Credit Data

Celem eksperymentu było dopasowanie hiperparametrów algorytmu neuro-ewolucyjnego CENA dla jednokryterialnej instancji maksymalizacji pola pod krzywą *ROC*. Rekomendowane wartości ważniejszych hiperparametrów omówiono na początku rozdziału. W eksperymencie wygenerowano 1400 populacji sieci. Niech *liderem* w popu-

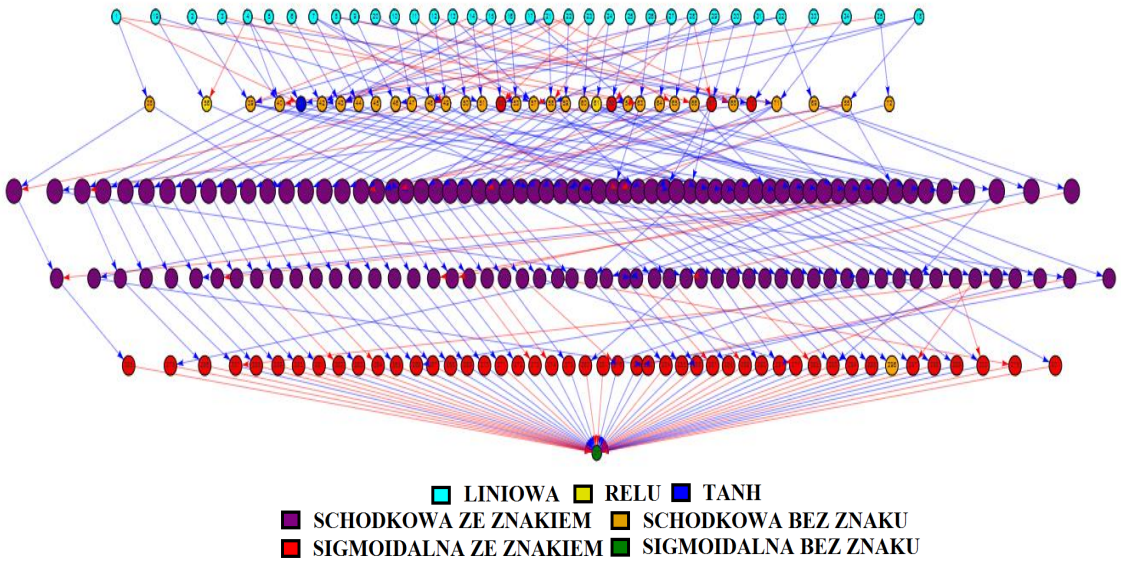
lacji będzie sieć cechująca się największą wartością funkcji *AUC ROC*. Na rys. 5.4 przedstawiono wartość funkcji *AUC ROC* dla liderów w kolejnych populacjach na zbiorze uczącym oraz na zbiorze testowym.




Rys. 5.4 Wartość funkcji *AUC ROC* dla liderów w kolejnych populacjach na zbiorze uczącym oraz na zbiorze testowym.
Źródło: opracowanie własne

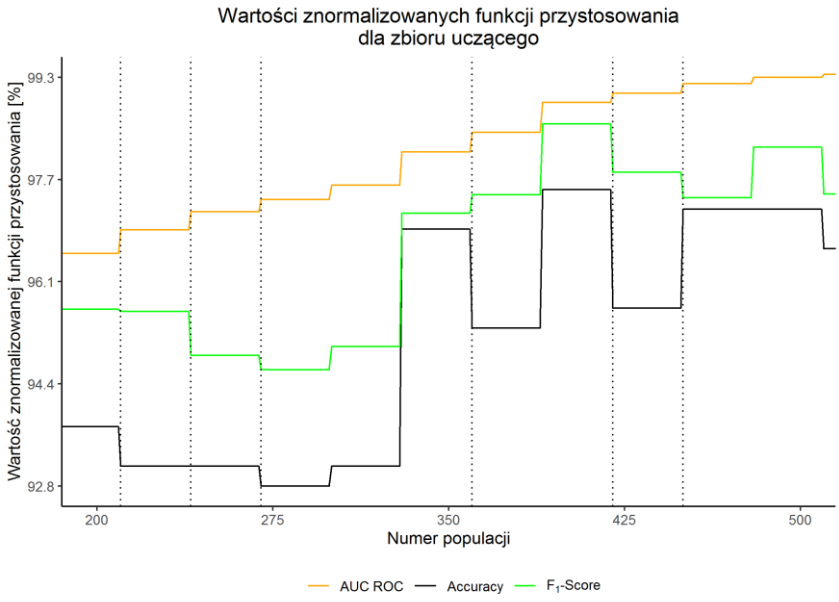
Na rys. 5.5 przedstawiono architekturę sieci neuronowej cechującej się najwyższą wartością funkcją *AUC ROC* na zbiorze testowym. Sieć ma 4 warstwy ukryte o 35, 63, 55 oraz 47 neuronach. Czerwone połączenia synaptyczne reprezentują wagi ujemne, natomiast niebieskie – dodatnie. Interesującym jest fakt, że w pierwszej warstwie ukrytej występują różne funkcje aktywacji: tangens hiperboliczny, schodkowa bez znaku, sigmoidalna ze znakiem oraz ReLu. Natomiast w czwartej warstwie ukrytej wyznaczono sigmoidę ze znakiem oraz funkcję schodkową bez znaku.

Największą wartość funkcji przystosowania na zbiorze testowym osiągnięto w populacji 900. Wynosiła ona 0,790 na zbiorze uczącym oraz 0,858 na zbiorze treningowym. Przy ocenie tego rozwiązania na zbiorze testowym uzyskano *trafność* równą 0,725 oraz $F_1$ – *Score* o wartości 0,709. Warto podkreślić, że wyznaczona wartość AUC ROC przewyższa wartości otrzymane za pomocą następujących modeli kNN (0,748), drzew decyzyjnych (0,784), regresji logistycznej (0,760), SVM (0,754), AdaBoost (0,741), Bagging (0,742), lasu losowego (0,706) oraz Gradient Boosting (0.782) [82].




Rys. 5.5 Architektura sieci neuronowej cechującej się najwyższą wartością *AUC ROC*.
Źródło: opracowanie własne

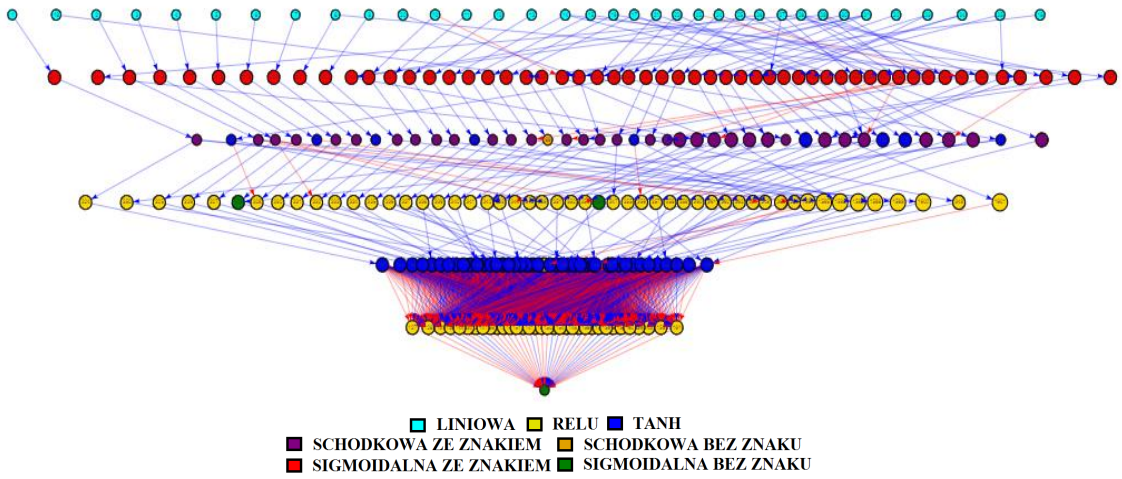
Na rys. 5.6 zaprezentowano przykłady konfliktów między kryteriami. Wzrost *trafności* może spowodować spadek $F_1$*-Score* lub pola pod krzywą *ROC* dla liderów w populacji. Wartości kryteriów znormalizowano do wartości należących do przedziału od 0% do 100%. Sprzeczności zauważono w populacjach nr 360 oraz nr 450 dla pary kryteriów (*trafność*, $F_1$ *– Score*), w populacjach nr 210, nr 270, nr 360 oraz nr 420 dla pary (*trafność*, *AUC ROC*) oraz w populacjach nr 210, nr 240, nr 270 oraz nr 420 dla pary ($F_1$ *– Score*, *AUC ROC*).




Rys. 5.6 Przykłady sprzeczności między kryteriami dla liderów na zbiorze uczącym w eksperymencie maksymalizacji *AUC ROC*.
Źródło: opracowanie własne

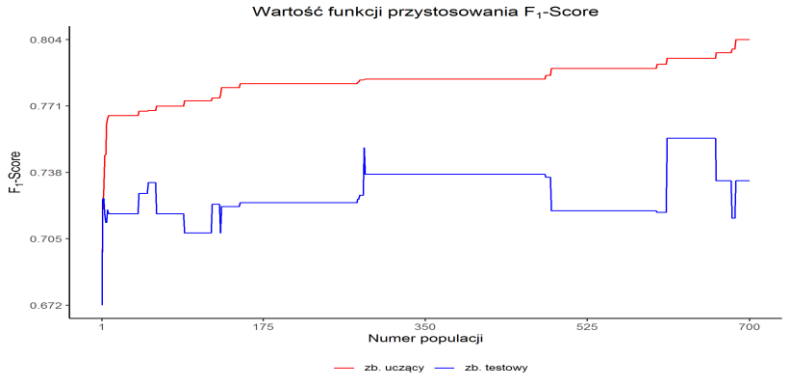
## 5.2 Eksperyment maksymalizacji *F₁-Score*

W drugim eksperymencie maksymalizowano funkcję *F₁-Score* dla zestawu danych *German Credit Data* [196]. Algorytm CENA wygenerował 700 populacji. Najlepszą sieć w sensie *F₁-Score* wyznaczono w populacji 611. Sieć ma 5 warstw ukrytych o 54, 43, 51, 43 oraz 34 neuronach (rys. 5.7). W drugiej warstwie ukrytej występują różne funkcje aktywacji, w tym funkcja schodkowa ze znakiem, tangens hiperboliczny oraz funkcja schodkowa bez znaku. W trzeciej warstwie ukrytej w neuronach są funkcje RELU, a także funkcje sigmoidalne bez znaku. Natomiast w czwartej warstwie ukrytej występuje funkcja ReLu oraz tangens hiperboliczny.



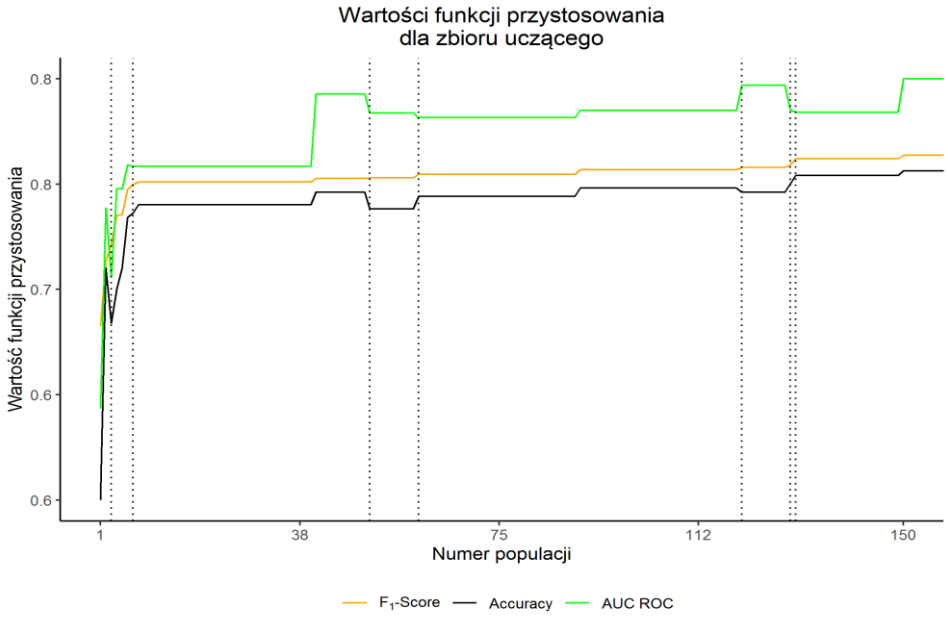

Rys. 5.7 Architektura sieci neuronowej cechującej się najwyższą wartością *F₁-Score*.
Źródło: opracowanie własne

Najlepsza sieć w sensie *F₁-Score* dla zadanego zbioru testowego cechuje się wartością metryki 0,755, a dla zbioru uczącego – 0,794. Ponadto *trafność* wynosi 0,740, a pole pod krzywą *ROC* – 0,780. Na rysunku 5.8 przedstawiono zmiany wartości *F₁-Score* dla liderów w populacjach.




Rys. 5.8 Wartość funkcji *F₁ - Score* dla liderów w kolejnych populacjach na zbiorze uczącym oraz na zbiorze testowym.
Źródło: opracowanie własne

Wyznaczona wartość $F_1$-*Score* przewyższa wartość tej metryki charakteryzującej modele: kNN, drzewa decyzyjne, regresję logistyczną, SVM, AdaBoost, Bagging, las losowy oraz Gradient Boosting. Wartości $F_1$-*Score* w wypadku tych modeli wahały się między 0,454 a 0,532 [82]. Na rys. 5.9 zaznaczono przykładowe sprzeczności między kryteriami: *trafności,* $F_1$ *- Score* oraz *pola pod krzywą AUC ROC* dla liderów w populacjach od 1 do 150.

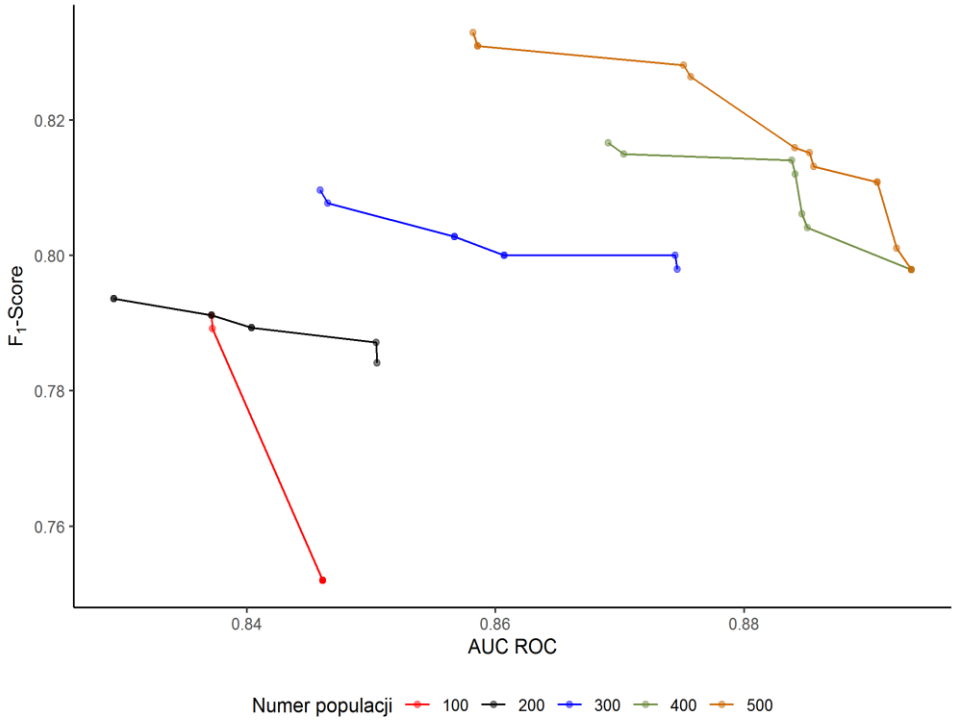



Rys. 5.9 Przykłady sprzeczności między kryteriami w eksperymencie maksymalizacji metryki AUC ROC. Źródło: opracowanie własne

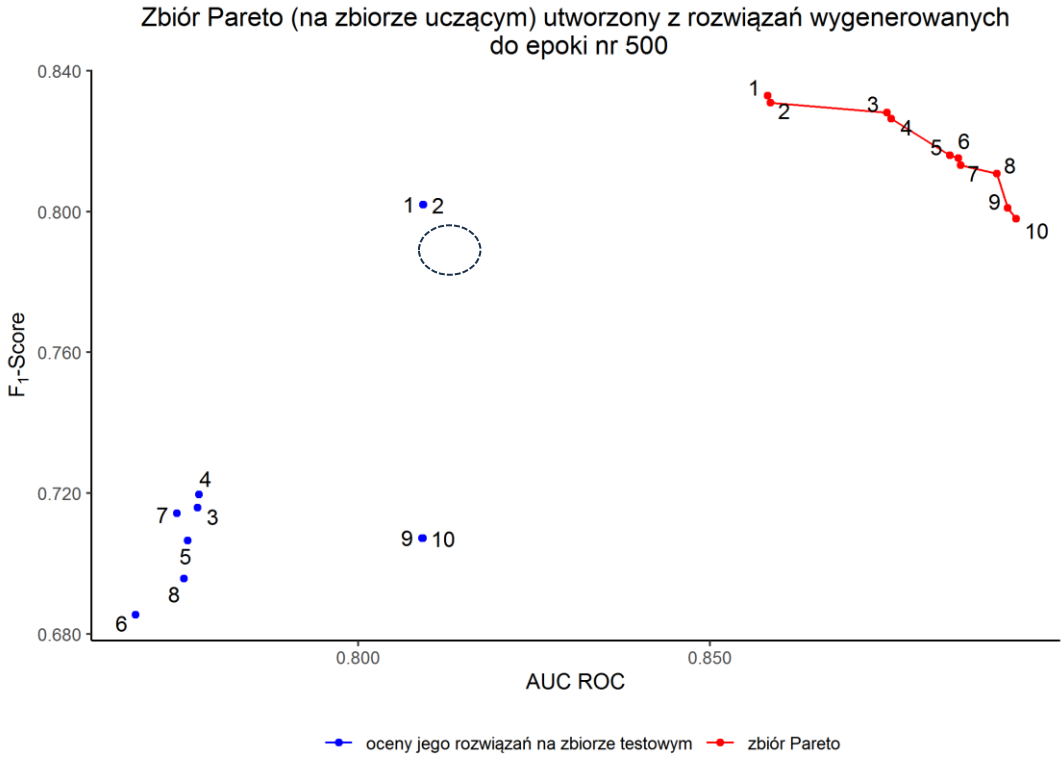
## 5.3 Wyznaczanie reprezentacji klasyfikatorów Pareto-optymalnych dla metryk *AUC ROC* oraz $F_1$-*Score*

W trzecim eksperymencie rozważa się instancję wielokryterialnego problemu (4.2.5) – (4.2.8), w którym maksymalizuje się kryteria cząstkowe *AUC ROC* oraz $F_1$-*Score*. Poszukuje się reprezentacji klasyfikatorów Pareto-optymalnych dla zestawu danych *German Credit Data*. Algorytm CENA wyznaczył 500 populacji.

Na rysunku 5.10 przedstawiono zbiory ocen niezdominowanych dla populacji o numerach: 100, 200, 300, 400 oraz 500. Oceny wyznaczono na zbiorze uczącym. Natomiast na rysunku 5.11 zobrazowano front Pareto wyznaczony za pomocą algorytmu CENA dla zbioru uczącego. Reprezentacja zbioru ocen Pareto zawiera 10 ocen, którym odpowiada 10 klasyfikatorów. Na podstawie tej reprezentacji wyznacza się oceny klasyfikatorów na zbiorze testowym (kolor niebieski). W tym wypadku są to klasyfikatory odpowiadające ocenom nr 1 oraz 2 (kolor niebieski).

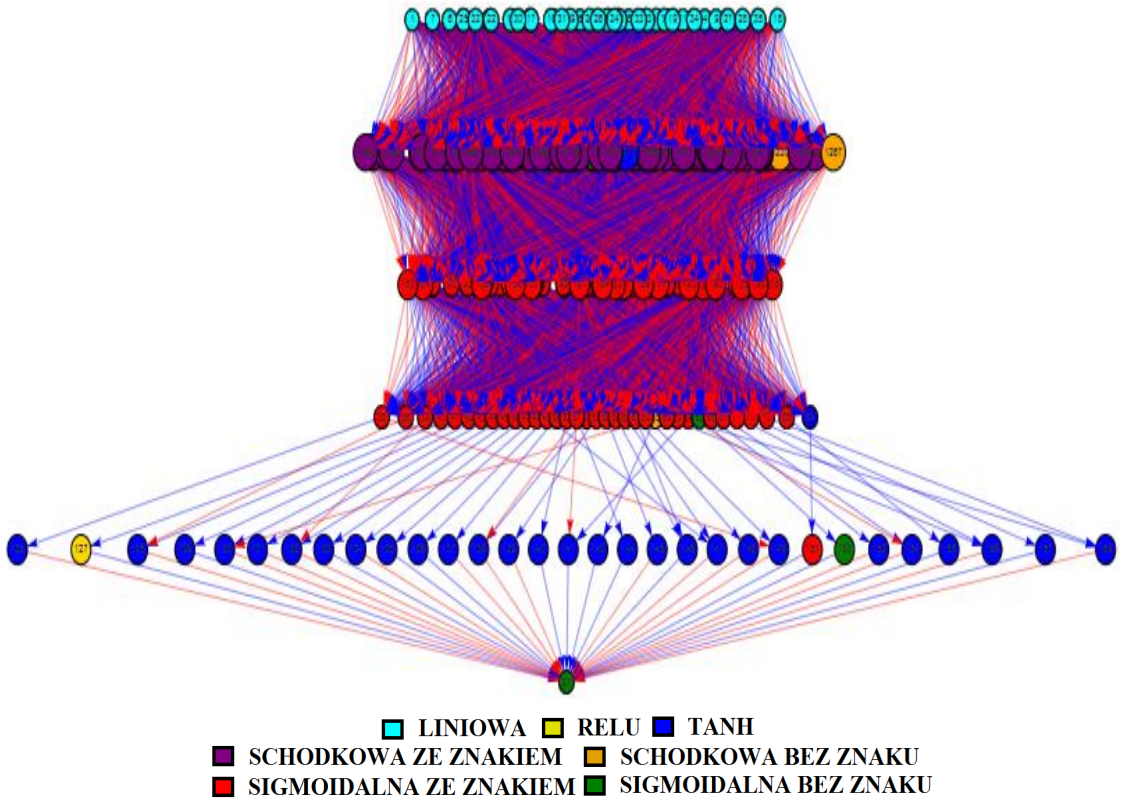



Rys. 5.10 Zbiory ocen sieci niezdominowanych w wybranych populacjach dla zbioru uczącego.
Źródło: opracowanie własne




Rys. 5.11 Zbiór niezdominowanych ocen klasyfikatorów na zbiorze uczącym oraz ich oceny na zbiorze testowym.
Źródło: opracowanie własne

W celu wyboru jednego klasyfikatora można zastosować metodę wykorzystania punktu idealnego do wyboru rozwiązania kompromisowego [8]. Pod pojęciem klasyfikatora kompromisowego rozumie się rozwiązanie Pareto-optymalne zagadnienia wielokryterialnego (4.2.5) – (4.2.8), którego odległość w sensie Euklidesa w znormalizowanej przestrzeni ocen od punktu idealnego jest najmniejsza. W wypadku kryteriów *AUC ROC* oraz $F_1$*-Score* zbiór ocen nie musi być normalizowany, a punkt idealny ma współrzędne (1, 1). Wyznaczone rozwiązanie kompromisowe cechuje się oceną (0,810; 0,808) Wygenerowano je w populacji nr 481. Trafność klasyfikatora to 0,805 dla zbioru testowego. Rozwiązanie kompromisowe dla zbioru uczącego ma 4 warstwy ukryte o 72, 47, 35 oraz 31 neuronach (rys. 5.12). W warstwach ukrytych występują różne funkcje aktywacji.

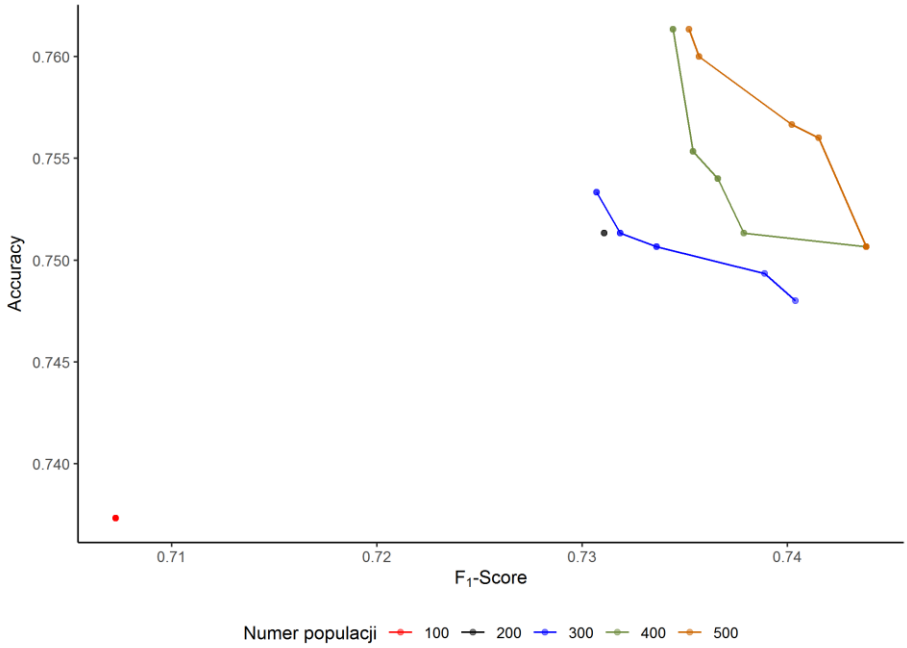



Rys. 5.12 Architektura rozwiązania kompromisowego przy maksymalizacji metryk *AUC ROC* oraz $F_1$-*Score*.
Źródło: opracowanie własne

## 5.4 Wyznaczanie reprezentacji Pareto-optymalnych klasyfikatorów dla metryki *trafność* oraz $F_1$ *– Score* dla Give Me Some Credit

W czwartym eksperymencie maksymalizacji podlega *trafność* oraz $F_1$ *- Score*. W odróżnieniu od trzech pierwszych eksperymentów uczenie klasyfikatorów opiera się na zbiorze

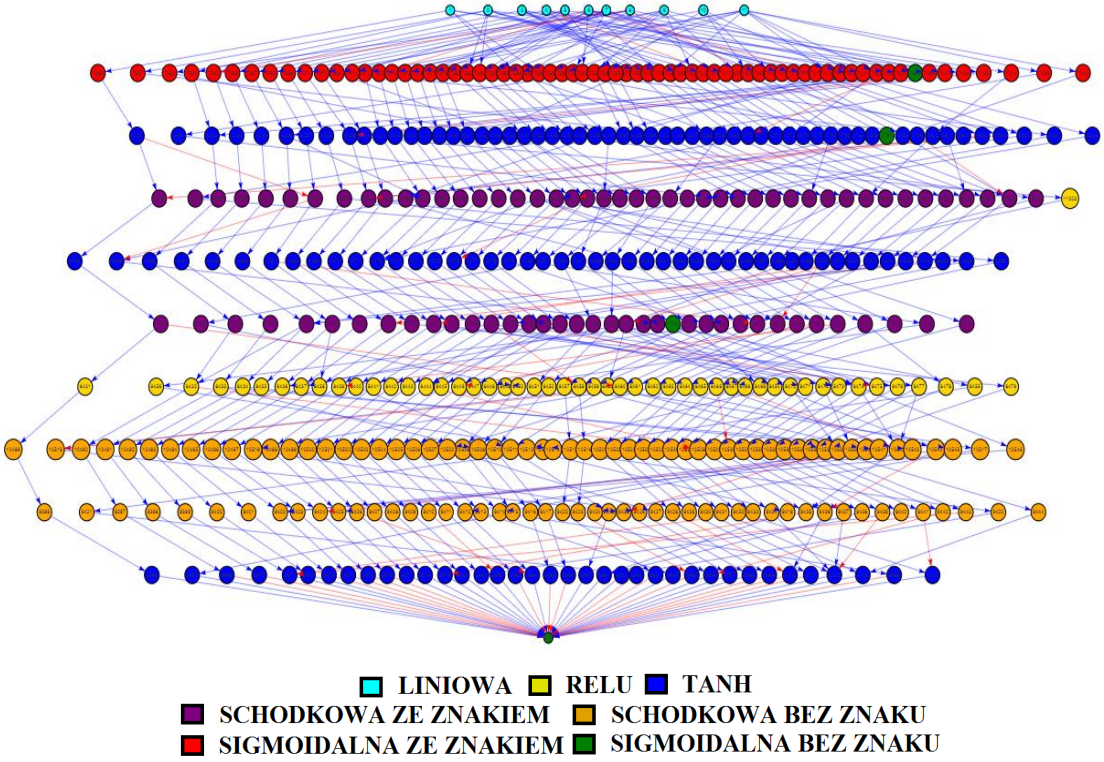
danych *Give Me Some Credit* [253]. Podczas eksperymentu wygenerowano 1300 populacji sieci neuronowych. Na rysunku 5.13 zobrazowano migrację ocen klasyfikatorów niezdominowanych do populacji nr 500 dla zbioru uczącego otrzymanego ze zbioru *Give Me Some Credit*. Obliczenia wykonano na laptopie z procesorem Intel Core i7-1370U/RAM 64 GB.




Rys. 5.13 Migracja niezdominowanych ocen klasyfikatorów na zbiorze uczącym *Give Me Some Credit* do populacji nr 500.
Źródło: opracowanie własne

Klasyfikatorów optymalnych w sensie Pareto może być bardzo dużo. W szczególności całe archiwum zewnętrzne może zawierać rozwiązania niezdominowane. W praktyce projektowej należy wybrać jeden klasyfikator sprawny, który ma dodatkowe istotne cechy. Można zastosować dodatkowe kryterium lub metrykę, których do tej pory nie rozważano. Ponadto eksperci mogą wskazać na rozwiązanie, które powinno być preferowane. Jednakże rekomendowane podejście polega na wyborze klasyfikatora kompromisowego ze zbioru rozwiązań Pareto-optymalnych.

Rozwiązanie kompromisowe cechuje się najkrótszą odległością swojej oceny od punktu idealnego. W eksperymencie klasyfikator kompromisowy wyznaczono w populacji nr 948. Klasyfikator zbudowany jest z 9 warstw ukrytych o 68, 57, 46, 47, 37, 49, 58, 49 oraz 37 neuronach (rys. 5.15). Oceny klasyfikatora na zbiorze testowym to: $F_1$ - *Score* – 0,783, *trafność* – 0,786 oraz pole pod krzywą *AUC ROC* równe 0,806. Pierwsza warstwa neuronów, a także warstwa druga, warstwa trzecia i warstwa piąta cechują się różnymi funkcjami aktywacji.

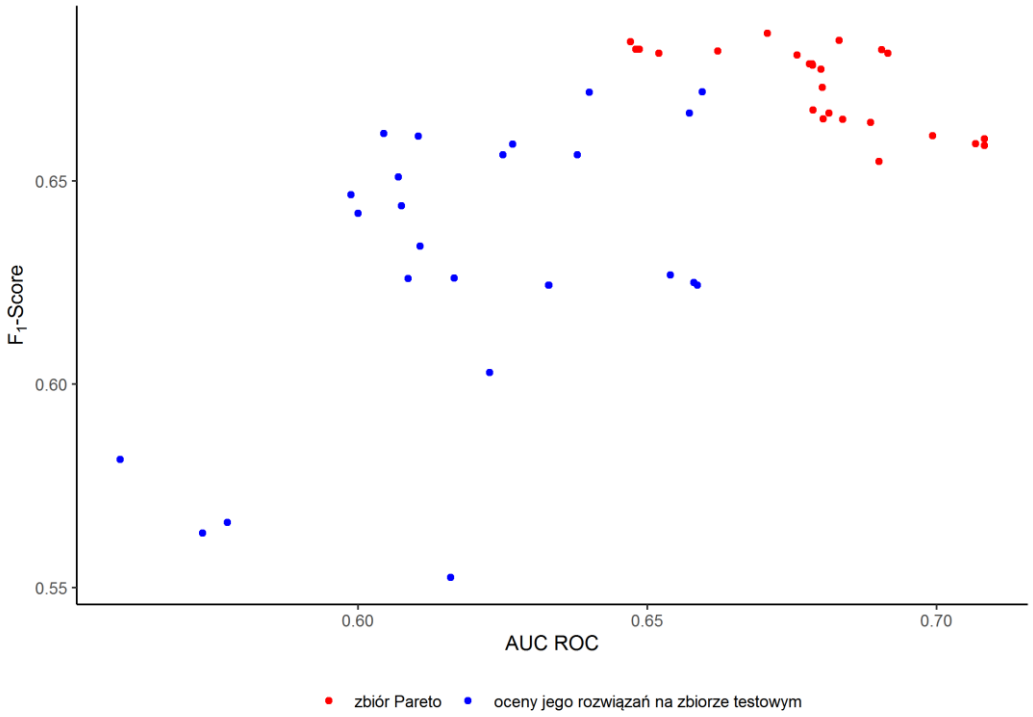



Rys. 5.14 Architektura klasyfikatora kompromisowego przy maksymalizacji *trafności* oraz $F_1$*-score* dla datasetu *Give Me Some Credit*.
Źródło: opracowanie własne.

## 5.5 Maksymalizacja *trafności klasyfikatora,* $F_1$*-Score* oraz *pola pod krzywą ROC* dla zbioru Lending Club

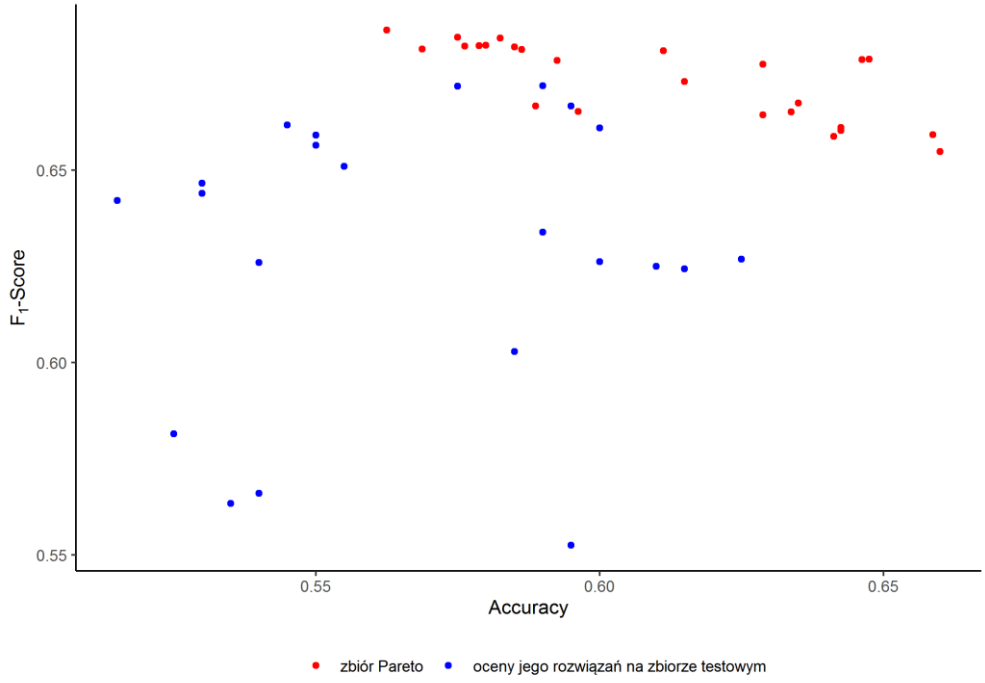
W eksperymencie piątym zaprojektowano klasyfikator kompromisowy dla trzech kryteriów cząstkowych: *trafność*, $F_1$*-Score* oraz pole pod krzywą *ROC*. W populacji klasyfikatory oceniane są w oparciu o funkcję przystosowania, w której uwzględnia się rangi *Fonseci-Fleminga*. Sytuacja decyzyjna odpowiada zestawowi danych *Lending Club* [193]. W eksperymencie wygenerowano 600 populacji klasyfikatorów.

Na rysunku 5.16 przedstawiono dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *AUC ROC* oraz $F_1$*-Score* na zbiorze testowym. W wypadku trzech metryk rozważa się trzy dwuwymiarowe przekroje ocen. Każdy przekrój reprezentuje wartości dla pary kryteriów cząstkowych. Ponadto zgodnie z twierdzeniem 4.1 każde rozwiązanie niezdominowane dla dwóch kryteriów skalarnych jest również rozwiązaniem niezdominowanym dla trzech kryteriów, wśród których są te dwa kryteria cząstkowe. Z tego powodu klasyfikator niezdominowany w sensie trzech kryteriów może być rozwiązaniem zdominowanym w sensie dwóch kryteriów, które wchodzą w skład tych trzech kryteriów cząstkowych.



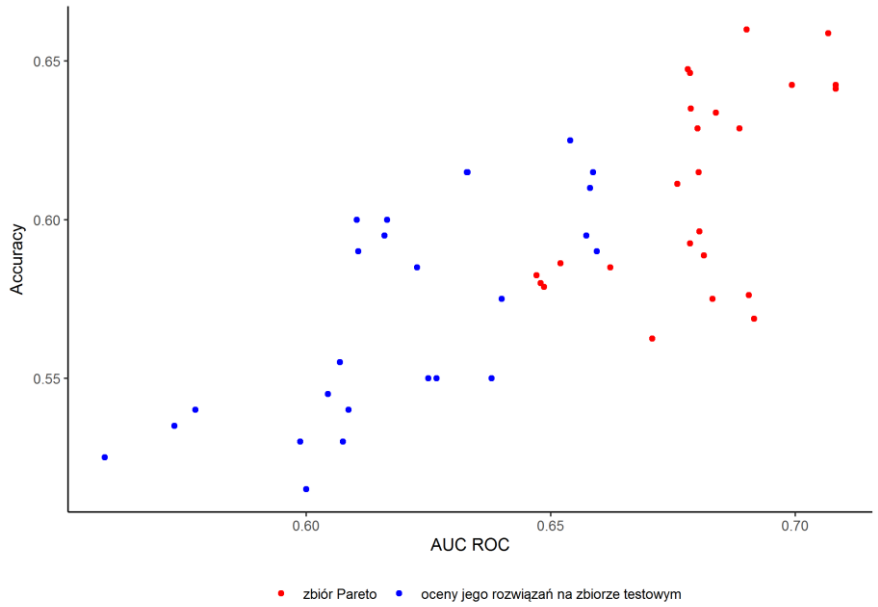

Rys. 5.15 Dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *AUC ROC* oraz *$F_1$-Score* na zbiorze testowym dla *Lending Club*.
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 5.17 przedstawiono dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *trafności klasyfikatora* oraz *$F_1$-Score* na zbiorze testowym.



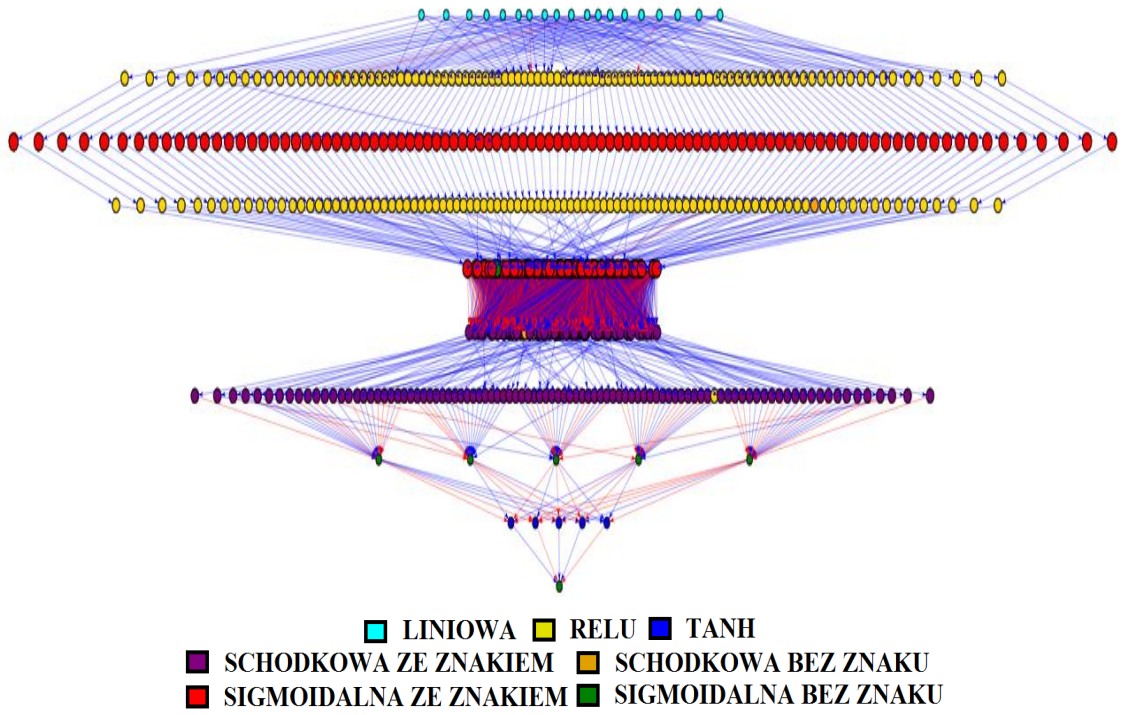

Rys. 5.16 Dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *trafności* klasyfikatora oraz *$F_1$-score* na zbiorze testowym dla *Lending Club*.
Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 5.18 przedstawiono dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *AUC ROC* oraz *trafności klasyfikatora* na zbiorze testowym.




Rys. 5.17 Dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla AUC ROC oraz *trafności* klasyfikatora na zbiorze testowym dla *Lending Club*.
Źródło: opracowanie własne.

Kompromisowy klasyfikator o najmniejszej odległości ocen od punktu idealnego wyznaczono w epoce 328 (rys. 5.19).




Rys. 5.18 Architektura klasyfikatora kompromisowego przy maksymalizacji trzech kryteriów cząstkowych dla datasetu *Lending Club*.
Źródło: opracowanie własne.

Klasyfikator zbudowany jest z 8 warstw ukrytych o 98, 98, 98, 98, 96, 96, 5 oraz 5 neuronach. Cechuje się *trafnością* równą 0,655, polem pod krzywą *AUC ROC* o wartości 0,690 oraz wartością $F_1$*-Score* wynoszącą 0,699. W warstwach ukrytych nr 3 oraz nr 4 zauważyć można różne funkcje aktywacji w neuronach. Ponadto w warstwach ukrytych nr 5 oraz nr 6 taka różnorodność istnieje.

## 5.6 Wnioski i uwagi

Wnioski z eksperymentów można podzielić na wnioski jakościowe oraz wnioski ilościowe. W tabeli 5.1 przedstawiono podsumowanie wyników pięciu reprezentatywnych eksperymentów. Warto zauważyć, że wyznaczone optymalne klasyfikatory w sensie wybranej funkcji celu lub kompromisowe klasyfikatory w sensie wielokryterialnym cechowały się występowaniem co najmniej jednej warstwy neuronów o różnych funkcjach aktywacji.

Zwraca uwagę elastyczność algorytmu ewolucyjno-neuronowego CENA w sensie liczby i rodzajów kryteriów cząstkowych, które użytkownik preferuje w sytuacji decyzyjnej związanej z uczeniem klasyfikatorów. Decydent może dobierać kryteria oceny klasyfikatorów w zależności od swoich preferencji w zakresie oceny wiarygodności wniosków kredytowych. W wypadku, kiedy zbiór wniosków jest niezbalansowany, to maksymalizacji *trafności klasyfikacji* może towarzyszyć maksymalizacja $F_1$*-Score* lub pola pod krzywą *ROC*. Przyczyną niezbalansowania zbioru wniosków może być zbyt liberalna lub zbyt restrykcyjna polityka zarządu banku odnośnie do udzielania wybranego kredytu. Wielokryterialne podejście do treningu klasyfikatorów oceniających wnioski kredytowe powoduje, że klasyfikator kompromisowy może uchronić bank przed zbyt dużą liczbą „złych" kredytów pod warunkiem, że właściwie zostaną dobrane kryteria cząstkowe.

Istotną zaletą algorytmu CENA jest jego uniwersalność rozumiana jako zdolność do przetwarzania różnorodnych zbiorów wniosków kredytowych. Sytuacje decyzyjne odpowiadające publicznie dostępnym datasetom *German Credit Data, Lending Club* oraz *Give Me Some Credit* zostały rozwiązane za pomocą proponowanego algorytmu neuroewolucyjnego. Opracowano również klasyfikatory kompromisowe dla innych zestawów danych, które omówiono w rozprawie. Ze względu na zakres pracy zamieszczono jedynie wyniki najbardziej reprezentatywnych eksperymentów. Natomiast pozostałe wyniki będą systematycznie publikowane w pracach naukowych.

Tabela 5.1 Wyniki eksperymentów numerycznych z algorytmem neuro-ewolucyjnym CENA.

| *Numer eksperymentu* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| *Zestaw danych* | *German Credit Data* | *German Credit Data* | *German Credit Data* | *Lending Club* | *Give Me Some Credit* |
| *Opis wyznaczonego klasyfikatora* | 5 warstw ukrytych o 35, 63, 55, 47 neuronach | 5 warstw ukrytych o 54, 43, 51, 43, 34 neuronach | 4 warstwy ukryte o 72, 47, 35, 31 neuronach | 8 warstw ukrytych o 98, 98, 98, 98, 96, 96, 5, 5 neuronach | 9 warstw ukrytych o 68, 57, 46, 47, 37, 49, 58, 49, 37 neuronach |
| *Numer populacji z wyznaczonym klasyfikatorem* | 900 z 1400 | 611 z 700 | 481 z 500 | 328 z 600 | 948 z 1300 |
| *Oceny klasyfikatora kompromisowego dla zbioru testowego* | | | | | |
| *Trafność* | 0,725 | 0,740 | 0,805 | 0,655 * | 0,786 * |
| *$F_1$-Score* | 0,709 | 0,755 * | 0,808 * | 0,699 * | 0,782 * |
| *AUC ROC* | 0,796 * | 0,780 | 0,810 * | 0,690 | 0,806 * |

*Kryteria, które przyjęto do oceny klasyfikatorów w algorytmie CENA zaznaczono symbolem *.*

Źródło: opracowanie własne

Reasumując, algorytm CENA cechuje się sporym potencjałem aplikacyjności w banku. Elastyczność algorytmu w sensie liczby i rodzajów kryteriów, a także jego uniwersalność mogą okazać się dużym wsparciem w procesie wdrożeniowym. Klasyfikator kompromisowy może zapewnić uwzględnienie różnorodnych metryk, w tym metryk związanych z użytkowaniem modelu, do których należą czas treningu, wielkość pamięci czy czas predykcji.

Algorytm CENA wyznacza również klasyfikatory leksykograficzne, które cechują się porównywalnymi wartościami metryk dla najbardziej wydajnych modeli z jedną metryką oceny. Wprawdzie zgodnie z twierdzeniem *No Free Lunch* nie można oczekiwać takich sytuacji dla wszystkich zestawów danych, to w kluczowych zbiorach wniosków kredytowych udało się eksperymentalnie stwierdzić taką własność algorytmu CENA.

Ocena ryzyka kredytowego może stać się zatem bardziej efektywna w wypadku zastosowania algorytmu wielokryterialnego CENA. Klasyfikator tej klasy może znacząco pomóc bankom ocenić ryzyko związane z udzielaniem kredytów. Dzięki analizie danych dotyczących klientów, klasyfikator może bardzo skutecznie przewidywać prawdopodobieństwo niewypłacalności, co umożliwia zarządom banków podejmowanie bardziej świadomych decyzji kredytowych.

# PODSUMOWANIE

Problematyka badania zdolności kredytowej, a także wydawania kart kredytowych i przyznawania kredytów jest bardzo złożona i wymaga zastosowania nowoczesnych technologii informatycznych, w tym sztucznej inteligencji. W rozprawie skonstruowano podstawowy model klasyfikacji wniosków kredytowych, w którym wyróżnia się dwie klasy komplementarne kredytobiorców. Do pierwszej należą klienci, którzy spłacą kredyt w terminie, a do drugiej pozostali. Zaproponowano wielokryterialne podejście do oceny wiarygodności kredytowej klientów indywidualnych, którego do tej pory nie zaprezentowano w literaturze przedmiotu. Dlatego rozprawa może chociażby częściowo wypełnić istniejącą lukę.

Celem pracy było opracowanie efektywnych zasad projektowania wielokryterialnych metod ewolucyjnych trenujących sztuczne sieci neuronowe do oceny wiarygodności kredytowej kredytobiorców indywidualnych przez system informatyczny w odniesieniu do kluczowych rodzajów kredytów. Skonstruowana metoda neuro-ewolucyjna oceny wiarygodności kredytowej wniosków kredytowych CENA (ang. *Creditworthiness Evolutionary Neural Assessment*) umożliwia wyznaczanie hiperparametrów cechujących adekwatne klasyfikatory. Za jej pomocą rozwiązano wybrane instancje zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej, a następnie przedstawiono wyniki przeprowadzonych eksperymentów numeryczne.

Algorytmu ewolucyjny generował populacje warstwowych sieci neuronowych, które oceniano za pomocą założonych kryteriów cząstkowych. Natomiast procedura nadawania rang umożliwiała preferowanie podczas selekcji rozwiązań niezdominowanych w populacji. Wielowariantowe symulacje umożliwiły wyznaczenie klasyfikatorów suboptymalnych w sensie Pareto, spośród których wyznaczano modele kompromisowe. Badanymi zestawami danych były publicznie dostępne zestawy, w tym German Credit Data, Give Me Some Credit oraz Lending Club. Można zatem stwierdzić, że problem badawczy polegający na skonstruowaniu Pareto-optymalnego klasyfikatora neuronowego za pomocą wielokryterialnego algorytmu ewolucyjnego do szacowania wiarygodności kredytowej klientów banków został rozwiązany.

Eksperymentalnie potwierdzono, że algorytm neuro-ewolucyjny CENA, w którym modyfikuje się zarówno wagi, biasy, architekturę sieci neuronowej, funkcje aktywacji neuronów oraz algorytmy treningu umożliwia predykcję wielokryterialnej oceny wiarygodności kredytowej dla bankowych systemów informatycznych w odniesieniu do

wspomagania decyzji kredytowych. Nie podważono zatem postawionej na wstępie hipotezy naukowej. Ponadto jakość uzyskanych rozwiązań zazwyczaj przewyższała jakość klasyfikatorów wyznaczonych za pomocą innych metod ze względu na wybrane kryterium, w tym trafność, powierzchnia pola pod krzywą *ROC* oraz $F_1 - score$.

Oryginalnym dorobkiem autora jest również zaprezentowana w rozprawie metodologia do oceny wiarygodności kredytowej. Zaproponowano ograniczenia i kryteria do oceny wniosków kredytowych. Na ich podstawie sformułowano kluczowe zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej (4.2.5) - (4.2.8). Warto podkreślić, że autorski algorytm CENA cechuje się sporym potencjałem aplikacyjności w banku. Elastyczność algorytmu w sensie liczby i rodzajów kryteriów, a także jego uniwersalność mogą okazać się dużym wsparciem w procesie wdrożeniowym.

W eksperymentach numerycznych zauważono występowanie sprzeczności między metrykami w procesie ewolucji. Metodę CENA zaimplementowano w językach C++ i R. Przeprowadzono również eksperymenty jednokryterialne opierające się na tych samych kryteriach, co eksperymenty wielokryterialne. W metodzie CENA można również uwzględnić takie kryteria i ograniczenia, jak: maksymalna suma udzielonych kredytów, minimalna wartość współczynnika zabezpieczenia kredytów, a także minimalny czas planowanej spłaty kredytu. Ponadto istotne mogą być: minimalna wartość pożyczonego kapitału, maksymalna wartość udzielonych kredytów zapewniająca płynność finansową banku oraz minimalne wykorzystanie linii kredytowej. Uniwersalność algorytmu CENA umożliwia także spełnienie ograniczeń: maksymalna i minimalna liczba zaciągniętych kredytów danego typu, nieprzekroczenia wartości granicznej sumarycznej oczekiwanej straty na portfolio kredytowym. Maksymalizacji podlegać może zysk z udzielonych kredytów, przychód z tytułu wydania karty kredytowej, zysk z realizacji transakcji, czy sumaryczna wartość scoringu kredytowego.

Ze względu na ograniczenia wynikające z natury rozprawy doktorskiej nie zaprezentowano wyników uzyskanych dla większej liczby zbiorów danych. Interesującym kierunkiem dalszych badań wydaje się również problem zrównoleglenia wykonania algorytmów neuro-ewolucyjnych. W dysertacji sformułowano kilka problemów optymalizacji jednokryterialnej, które można rozwiązać za pomocą algorytmu neuro-ewolucyjnego CENA. Ponadto wykorzystanie kwantowych algorytmów ewolucyjnych do badania wiarygodności kredytowej wydaje się być bardzo wskazane wraz z rozwojem technologicznym komputerów kwantowych.

# BIBLIOGRAFIA


1. Abdou H., Tsafack M., *Forecasting creditworthiness in retail banking: a comparison of cascade correlation neural networks, CART and logistic regression scoring models.* The 2nd International Conference on Innovation in Economics and Business – ICIEB, 2015.
2. Abraham A., *Meta learning evolutionary artificial neural networks,* Neurocomputing (56), 2004, 1-38.
3. Abu-Mostafa Y. S., Magdon-Ismail M., Lin H. T., *Learning from data*, AMLBook, New York, NY, USA, 2012.
4. Adler D., *Genetic algorithms and simulated annealing. A marriage proposal.*, IEEE International Conference on Neural Networks, 1987, 1104-1109.
5. Agarwal D., Chen B. C., Elango P., Wang X., *Click shaping to optimize multiple objectives,* Proceedings of the 17th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2011, 132-140.
6. Ainon R. N., Lahsasna A., Wah T. Y., A *transparent classification model using a hybrid soft computing method,* Third Asia International Conference on Modelling & Simulation, IEEE, 2009, 146- 151.
7. Angeline P. J., Saunders G. M., Pollack J. B., *An evolutionary algorithm that constructs recurrent neural networks,* IEEE Transactions on Neural Networks (5.1), 1994, 54-65.
8. Ameljańczyk A., *Wprowadzenie do optymalizacji*, Wyd. WAT, Warszawa 2021.
9. Arabas J., *Wykłady z algorytmów ewolucyjnych,* WNT, Warszawa, 2004.
10. Baker J. E., *Adaptive selection methods for genetic algorithms,* Proceedings of the International Conference on Genetic Algorithms and their Application, 1985, 101 – 111.
11. Balicki A., Makać W., *Metody wnioskowania statystycznego,* Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, 2007.
12. Balicki J., Dryja P., Korłub W., Przybyłek P., Tyszka M., Zadroga M., Zakidalski M., *Metody neuronowe do prognozowania finansowego,* Współczesna Gospodarka (7.2), 2016, 21-36.
13. Balicki J., Dryja P., Zakidalski M., *Some artificial intelligence driven algorithms for mobile edge computing in smart city*, IFIP International Conference on Computer Information Systems and Industrial Management (2019), Springer, 110-119.
14. Balicki J., Kitowski Z., *Multicriteria optimization of computer resource allocations with using genetic algorithms and artificial neural networks,* Proceedings of the 12th International Conference on Systems Science (Vol. 3.), 1995.
15. Balicki J., Korłub W., Szymanski J., Zakidalski M., *Big data paradigm developed in volunteer grid system with genetic programming scheduler,* International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (2014), Springer, 771-782.
16. Balicki J., Krawczyk H., Nawarecki E., *Grid and Volunteer Computing*, Gdańsk University of Technology. Faculty of Electronics, Telecommunications and Informatics, 2012.
17. Balicki J., *Wybrane paradygmaty sztucznej inteligencji w informatycznych systemach finansowych.* Współczesna Gospodarka (6.4), 2015.
18. Bankenaufsicht, Basler Ausschuss Fur, *Consultative document- the New Basel Capital Accord,* Bank für Internationalen Zahlungsausgleich, Basel, 2003.
19. Bedingfield S. E., Smith K. A., *Predicting bad credit risk: an evolutionary approach,* Artificial Neural Networks and Neural Information Processing - ICANN/ICONIP, Springer, Berlin, Heidelberg, 2003, 1081-1088.
20. Bielecki A., *Mathematical model of architecture and learning processes of artificial neural networks*, Task quarterly (7), 2003, 93-114.
21. Bitvai Z., Cohn T., Predicting *peer-to-peer loan rates using bayesian non-linear regression,* Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2015.
22. Breiman L., *Bagging predictors*, Machine learning (24.2), 1996, 123-140.
23. Browkin J., *Teoria ciał*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1978.
24. Bussmann N., Giudici P., Marinelli D., Papenbrock J., *Explainable machine learning in credit risk management,* Computational Economics, 2020, 1-14.

25. Cai W., Lin X., Huang X., Zhong H. *A genetic algorithm model for personal credit scoring*, International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering, IEEE, 2009, 1-4.
26. Calabrese R., Downturn *loss given default: Mixture distribution estimation.*, European Journal of Operational Research (237.1), 2014, 271-277.
27. Carrasco R. S. M., Sicilia-Urbán M. Á, *Evaluation of deep neural networks for reduction of credit card fraud alerts*, IEEE Access, 2020 (8), 186421-186432.
28. Chaudhry S. B., Hung V. C., Guha R. K., Stanley K. O., *Pareto-based evolutionary computational approach for wireless sensor placement*, Engineering Applications of Artificial Intelligence (24.3), 2011, 409-425.
29. Chen H., Yao X., Multiobjective *neural network ensembles based on regularized negative correlation learning*, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (22.12), 2010, 1738-1751.
30. Chen M. C., Huang S. H., *Credit scoring and rejected instances reassigning through evolutionary computation techniques*, Expert Systems with Applications (24.4), 2003, 433-441.
31. Chi B. W., Hsu C. C., *A hybrid approach to integrate genetic algorithm into dual scoring model in enhancing the performance of credit scoring model*, Expert Systems with Applications (39.3), 2012, 2650-2661.
32. Correa A., Gonzalez A., Nieto C., Amezquita D., *Constructing a credit risk scorecard using predictive clusters*, SAS Global Forum (128), 2012, 128.
33. Cover T. M., *Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition*, IEEE transactions on electronic computers (3), 1965, 326-334.
34. Crook J. N., Edelman D. B., Thomas L. C., *Recent developments in consumer credit risk* assessment, European Journal of Operational Research (183.3), 2007, 1447-1465.
35. Dastile X., Celik T., Potsane M., *Statistical and machine learning models in credit scoring: a systematic literature* survey, Applied Soft Computing (91), 2020, 106263.
36. De Pinho A. G., Vellasco M., Da Cruz A. V. A., *A new model for credit approval problems: a quantum-inspired neuro-evolutionary algorithm with binary-real representation*, World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing (NaBIC), IEEE, 2009, 445-450.
37. Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T. A. M. T., *A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II*, IEEE transactions on evolutionary computation (6.2), 2002, 182-197.
38. Dembczynski K., Cheng W., Hüllermeier E., Bayes *optimal multilabel classification via probabilistic classifier* chains, Proceedings of the 27th international conference on machine learning, 2010.
39. Dembczynski K., Kotlowski W., Hüllermeier E., *Consistent multilabel ranking through univariate losses*, *arXiv* preprint: 1206.6401), 2012.
40. Dembczyński K., Waegeman W., Cheng W., Hüllermeier E., *Regret analysis for performance metrics in multi-label classification: the case of hamming and subset zero-one loss*, Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases, Springer, Berlin, Heidelberg, 2010, 280-295.
41. Desai V. S., Crook J. N., Overstreet Jr. G. A, *A comparison of neural networks and linear scoring models in the credit union environment*, European Journal of Operational Research (95.1), 1996, 24-37.
42. Diaconescu P., Neagoe V. E., *Credit scoring using deep learning driven by optimization algorithms*, 12th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI), IEEE, 2020. 1-6.
43. Dieckmann U., *Coevolution as an autonomous learning strategy for neuromodules*, Supercomputing in Brain Research-From Tomography to Neural Networks, World Scientific, Singapore, 1995, 331-347.
44. Doncieux S., Meyer J. A., *Evolving modular neural networks to solve challenging control* problems, Proceedings of the Fourth International ICSC Symposium on engineering of intelligent systems (EIS 2004), 2004, 1-7.
45. Doumpos M., Zopounidis C., *Multicriteria analysis in finance*, New York, Springer, 2014.

46. Durand D., *Risk elements in consumer installment financing*, National Bureau of Economic Research, New York, 1941.
47. Eklund T., Larsen K., Bernhardsen E., *Model for analysing credit risk in the enterprise sector*, Economic Bulletin 72(3), 2001.
48. Elisseeff A., Weston J., A *kernel method for multi-labelled classification*, Advances in neural information processing systems, 2001, 681-687.
49. Finlay S. M., *Using genetic algorithms to develop scoring models for alternative measures of performance*, Lancaster, 2006.
50. Finlay S., *Credit scoring for profitability objectives*, European Journal of Operational Research (202.2), 2010, 528-537.
51. Finlay S., *Multiple classifier architectures and their application to credit risk assessment*, European Journal of Operational Research (210.2), 2011, 368-378.
52. Fisher R. A., *The use of multiple measurements in taxonomic problems*, *Annals* of Eugenics (7.2), 1936, 179-188.
53. Fogel L. J., Owens A. J., Walsh M. J., *Artificial intelligence through simulated evolution*, New York, Wiley, 1966.
54. Freitas A. A., A *critical review of multi-objective optimization in data mining: a position* paper, ACM SIGKDD Explorations Newsletter (6.2), 2004, 77-86.
55. Freund Y., Schapire R. E., *Experiments with a new boosting algorithm*, ICML, 1996, 148-156.
56. Friedman J., Hastie T., Tibshirani R., *The elements of statistical learning*, Springer series in statistics, New York, 2001.
57. Frye J., *Loss given default and economic capital*, Capital & Market Risk Insights 2, 2004, 1-5.
58. Fu H., Liu X., *A hybrid model for credit evaluation problem*, International Conference in Swarm Intelligence. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011, 626-634.
59. Fürnkranz J., Flach P. A., *An analysis of rule evaluation metrics*. Proceedings of the 20th international conference on machine learning (ICML-03), 2003, 202-209.
60. Galván E., Mooney P., *Neuroevolution in deep neural networks: current trends and future challenges*, arXiv preprint arXiv:2006.05415, 2020.
61. Gao W., Zhou Z. H., *On the consistency of multi-label learning*, Proceedings of the 24th annual conference on learning theory, JMLR Workshop and Conference Proceedings, 2011, 341-358.
62. Gauci J., Stanley K., *Generating large-scale neural networks through discovering geometric regularities*, Proceedings of the 9th annual conference on genetic and evolutionary computation, 2007, 997-1004.
63. Ghamrawi N., McCallum A., *Collective multi-label classification*, Proceedings of the 14th ACM International Conference on Information and Knowledge Management, 2005, 195-200.
64. Ghodsi A., *Dimensionality reduction: a short tutorial*, Department of Statistics and Actuarial Science, University of Waterloo, Ontario, Canada, 2006.
65. Giaro K., Kamiński M. M., *Wprowadzenie do algorytmów kwantowych. Problemy współczesnej nauki. Teoria i* zastosowanie, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Olsztyn, 2003.
66. Godbole S., Sarawagi S., Discriminative *methods for multi-labeled classification*, Pacific-Asia conference on knowledge discovery and data mining, Springer, Berlin, Heidelberg, 2004, 22-30.
67. Golden R., *Mathematical methods for neural network analysis and design.* MIT Press, 1996.
68. Gomez F. J., Miikkulainen R., *Solving non-markovian control tasks with* neuroevolution, Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI99), Stockholm, Sweden, 1999, 1356-1361.
69. Gomez F. J., Miikkulainen R., Active *guidance for a finless rocket using* neuroevolution, Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO), Springer, Berlin, Heidelberg, 2003, 2084-2095.
70. Gomez F. J., *Robust non-linear control through neuroevolution*, The University of Texas at Austin, 2003.

71. Gomez F., Schmidhuber J., Miikkulainen R., Mitchell M., *Accelerated neural evolution through cooperatively coevolved synapses, Journal* of Machine Learning Research (9.5), 2008.
72. Gruau F., *Neural network synthesis using cellular encoding and the genetic algorithm*, 1994.
73. Gruau F., Whitley D., Pyeatt L., A *comparison between cellular encoding and direct encoding for genetic neural networks.*, Proceedings of the 1st annual conference on genetic programming, 1996, 81-89.
74. Ha V. S., Lu D. N., Choi G. S., Nguyen H. N., Yoon B., *Improving credit risk prediction in online peer-to-peer (P2P) lending using feature selection with deep learning.*, 21st International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT), IEEE, 2019, 511-515.
75. Haflidason S., Neville R., *On the significance of the permutation problem in neuroevolution*., Proceedings of the 11th Annual conference on Genetic and evolutionary computation, 2009, 787-794.
76. Hamdy A., Hussein W.B., Walid B., *Credit risk assessment model based using principal component analysis and artificial neural network*, 20th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC 2016).
77. Hand D. J., *Measuring classifier performance: a coherent alternative to the area under the ROC curve.*, Machine learning (77.1), 2009, 103-123.
78. Handl J., Knowles J., An *evolutionary approach to multiobjective clustering*, IEEE transactions on Evolutionary Computation (11.1), 2007, 56-76.
79. Hao Y., Wilamowski B. M., *Levenberg-Marquardt training*, Intelligent systems (12.1), CRC Press, 2018.
80. Haykin S. S., *Neural networks and learning machines*, Pearson, Upper Saddle River, NJ, 2009.
81. Heaton J., *Programming Neural Networks with Encog3 in Java.* Heaton Research, 2011.
82. Hernik A., *Metodyka porównania algorytmów klasyfikacji za pomocą benchmarków do oceny wiarygodności kredytowej*, praca magisterska, Politechnika Warszawska, 2018.
83. Henley W. E., Construction *of a k-nearest-neighbour credit-scoring system*, IMA Journal of Management Mathematics (8.4), 1997, 305-321.
84. Hopfield J. J., *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities*, Proceedings of the national academy of sciences (79.8), 1982, 2554-2558.
85. Huang C. L., Chen M. C., Wang C. J. *Credit scoring with a data mining approach based on support vector machines*, Expert systems with applications (33.4), 2007, 847-856.
86. Huang J. J., Tzeng G. H., Ong C. S., *Two-stage genetic programming (2SGP) for the credit scoring model*, Applied Mathematics and Computation (174.2), 2006, 1039-1053.
87. Huang S. C., Wu C. F., *Customer credit quality assessments using data mining methods for banking industries.* African Journal of Business Management (5.11), 2011, 4438-4445.
88. Hülse M., Pasemann F., Dynamical *neural schmitt trigger for robot control*, International Conference on Artificial Neural Networks. Springer, Berlin, Heidelberg, 2002, 783-788.
89. Ivakhnenko A. G., Lapa V. G., *Cybernetics and forecasting techniques*, 1967.
90. James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R., An *introduction to statistical learning: with applications in R*, Springer, New York, 2013.
91. Ji S., Tang L., Yu S., Ye J., *Extracting shared subspace for multi-label classification.* Proceedings of the 14th ACM SIGKDD international conference on knowledge discovery and data mining, 2008, 381-389.
92. Kassahun Y., Sommer G., *Efficient reinforcement learning through Evolutionary Acquisition of Neural Topologies*, European Symposium on Artificial Neural Networks (ESANN), 2005, 259-266.
93. Khodamoradi S., Safari A., Rahimi R., *A hybrid multi-criteria model for insurance companies rating.* International Business Research (7.6), 2014, 150-163.
94. Kitano H., *Designing neural networks using genetic algorithms with graph generation system*, Complex systems (4), 1990, 461-476.
95. Koh H. C., Tan W. C., Goh C. P., *A two-step method to construct credit scoring models with data mining techniques*, *International* Journal of Business and Information (1.1), 2006, 96-118.
96. Kohonen T., *Self-organization and associative memory*. Springer Science & Business Media, 2012.

97. Kotlowski W., Dembczynski K., Huellermeier E. *Bipartite ranking through minimization of univariate loss.* Proceedings of the 28th International Conference on Machine Learning (ICML-11). 2011.
98. Kreienkamp T., Kateshov A., *Credit risk modeling: combining classification and regression algorithms to predict expected loss.* Корпоративные финансы, 2014, 8.4
99. Lacerda E., Carvalho A. C., Braga A. P., Ludermir T. B., *Evolutionary radial basis functions for credit assessment,* Applied Intelligence (22.3), 2005:167-181.
100. LeCun Y., Boser B., Denker J. S., Henderson D., Howard R. E., Hubbard W., Jackel L. D., *Backpropagation applied to handwritten zip code recognition*, Neural computation (1.4), 1989, 541-551.
101. Lee S. I., Ahn J. H., Cho S. B., Exploiting *diversity of neural ensembles with speciated evolution.* Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), IEEE, 2001, 808-813.
102. Lessmann S., Baesens B., Seow H. V., Thomas L. C., *Benchmarking state-of-the-art classification algorithms for credit scoring: an update of research*, European Journal of Operational Research (247.1), 2015, 124-136.
103. Li J., Wei L., Li G., Xu W., An *evolution strategy-based multiple kernels multi-criteria programming approach: the case of credit decision making*, Decision Support Systems (51.2), 2011, 292-298.
104. Liu S. A., Wang Q., Lv S., *Application of genetic programming in credit scoring*, Chinese Control and Decision Conference, IEEE, 2008, 1106-1110.
105. Mahmoudi N., Duman E., *Detecting credit card fraud by modified Fisher discriminant analysis*, Expert Systems with Applications (42.5), 2015, 2510-2516.
106. Marinakis Y., Marinaki M., Doumpos M., Matsatsinis N., Zopounidis C., *Optimization of nearest neighbor classifiers via metaheuristic algorithms for credit risk assessment*, *Journal* of Global Optimization (42.2), 2008, 279-293.
107. Marques A. I., García V., Sánchez J. S., *A literature review on the application of evolutionary computing to credit scoring*, Journal of the Operational Research Society (64.9), 2013, 1384-1399.
108. Matuszczyk A., *Credit scoring.* Warszawa, CeDeWu.pl, 2012.
109. McCulloch W. S., Pitts W., *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity,* The bulletin of mathematical biophysics (5.4), 1943, 115-133.
110. Mester L. J., *What's the point of credit scoring*, Business Review (3), 1997, 3-16.
111. Migut G., *Modelowanie ryzyka kredytowego,* Konferencja „Zastosowanie Statystyki i Data Mining w Finansach", Warszawa, 2003, 39-54.
112. Minsky M., Papert S. A., *Perceptrons: an introduction to computational geometry*, MIT Press, 2017.
113. Mohammadi N., Zangeneh M., *Customer credit risk assessment using artificial neural networks*, International Journal of Information Technology and Computer Science (58), 2016.
114. Moriarty D. E., Mikkulainen R., *Efficient reinforcement learning through symbiotic evolution*, Machine learning (22.1), 1996, 11-32.
115. Mukerjee A., Biswas R., Deb K., Mathur A. P., *Multi–objective evolutionary algorithms for the risk–return trade–off in bank loan management*, International Transactions in Operational Research (9.5), 2002, 583-597.
116. Nalić J., Martinović G., Žagar D., *New hybrid data mining model for credit scoring based on feature selection algorithm and ensemble* classifiers, Advanced Engineering Informatics (45, August 2020), 2020.
117. Narayanan A., Moore M., *Quantum-inspired genetic algorithms*, Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, IEEE, 1996, 61-66.
118. Narodowy Bank Polski, *Analiza skutków obniżenia opłaty interchange w Polsce*, Departament Systemu Płatniczego, Warszawa, 2015.
119. Oreski S., Oreski D., Oreski G., *Hybrid system with genetic algorithm and artificial neural networks and its application to retail credit risk assessment*, Expert Systems with Applications (39.16), 2012, 12605-12617.

120. Partalas I., Tsoumakas G., Vlahavas I., *An ensemble uncertainty aware measure for directed hill climbing ensemble pruning*, Machine Learning (81.3), 2010, 257-282.
121. Pasemann F., Steinmetz U., Dieckman U., Evolving *structure and function of neurocontrollers.*, Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99, IEEE, 1999, 1973-1978.
122. Petersen M., Mukkudem-Petersen J., Basel *III liquidity regulation and its implications*, Business Expert Press, 2014.
123. Petterson J., Caetano T. S., *Reverse Multi-Label Learning*, Advances in neural information processing systems (23), 2010.
124. Pławiak P., Abdar M., Pławiak J., Makarenkov V., Acharya U. R., DGHNL*: a new deep genetic hierarchical network of learners for prediction of credit scoring*, Information Sciences (516), 2020, 401-418.
125. Potter M. A., Jong K. A. D. De., *Cooperative coevolution: an architecture for evolving coadapted subcomponents*, *Evolutionary* Computation (8.1), 2000, 1-29.
126. Pundir S., Seshadri R., *A novel concept of partial lorenz curve and partial gini index*, International Journal of Engineering, Science and Innovative Technology (1.2), 2012, 296-301.
127. Read J., Pfahringer B., Holmes G., Frank E., *Classifier chains for multi-label classification*, Machine learning (85.3), 2011, 333.
128. Read J., Pfahringer B., Holmes G., Multi-*label classification using ensembles of pruned sets*, 8th IEEE International Conference on Data Mining, IEEE, 2008, 995-1000.
129. Rempis C. W., Evolving *complex neuro-controllers with interactively constrained neuro-evolution*, University of Osnabrück, 2012.
130. Rempis C., Pasemann F., An *interactively constrained neuro-evolution approach for behavior control of complex robots*, Variants of Evolutionary Algorithms for Real-World Applications, Springer, Berlin, Heidelberg, 2012, 305-341.
131. Sánchez Garreta J. S., García Jiménez V., Marqués Marzal A. I., *Assessment of Financial Risk Prediction Models with multi-criteria decision making methods*, International Conference on Neural Information Processing, Berlin Heidelberg, 2012.
132. Saxena D. K., Duro J. A., Tiwari A., Deb K., Zhang Q., *Objective reduction in many-objective optimization: linear and nonlinear algorithms*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation (17.1), 2012, 77-99.
133. Schapire R. E., Singer Y., BoosTexter*: A boosting-based system for text categorization*, Machine learning (39.2), 2000, 135-168.
134. Schietgat L., Vens C., Struyf J., Blockeel H., Kocev D., Džeroski S., *Predicting gene function using hierarchical multi-label decision tree ensembles*, *BMC* Bioinformatics (11.1), 2010, 1-14.
135. Schrum J., Miikkulainen R., *Evolving agent behavior in multiobjective domains using fitness-based shaping*, Proceedings of the 12th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, 2010, 439-446.
136. Schrum J., Miikkulainen R., Constructing *Complex NPC Behavior via multi - objective neuroevolution*, Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment (Vol. 4. No. 1), 2008.
137. Sen D., Dönmez C. Ç., Yıldırım U. M., *A hybrid bi-level metaheuristic for credit scoring*, Information Systems Frontiers (22.5), 2020, 1009-1019.
138. Sexton R. S., McMurtrey S., Cleavenger D., *Knowledge discovery using a neural network simultaneous optimization algorithm on a real world classification problem*, European Journal of Operational Research (168.3), 2006, 1009-1018.
139. Sher G. I., *Discover & explore neural network (dxnn) platform, a modular tweann*, arXiv preprint arXiv:1008.2412, 2010.
140. Sher G. I., Handbook *of neuroevolution through Erlang*, Springer Science & Business Media, 2012.
141. Shi C., Kong X., Fu D., Yu P. S., Wu B., *Multi-label classification based on multi-objective* optimization, ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (5.2), 2014, 1-22.

142. Shi C., Kong X., Philip S. Y., Wang B., *Multi-label ensemble learning*, Joint European Conference on Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases, Springer, Berlin, Heidelberg, 2011, 223-239.
143. Siebel N. T., Sommer G., Evolutionary *reinforcement learning of artificial neural networks*, International Journal of Hybrid Intelligent Systems (4.3), 2007, 171-183.
144. Sivanandam S. N., Deepa S. N, *Introduction to genetic algorithms*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
145. Sloss A. N., Gustafson S., 2019 *Evolutionary Algorithms Review*, Genetic Programming Theory and Practice (XVII), 2020, 307-344.
146. Sohn S. Y., Lim K. T., Ju Y., *Optimization strategy of credit line management for credit card business*, Computers & Operations Research (48), 2014, 81-88.
147. Stanley K. O., Bryant B. D., Miikkulainen R., *Evolving adaptive neural networks with and without adaptive synapses.* The 2003 Congress on Evolutionary Computation, IEEE, 2003, 2557-2564.
148. Stanley K. O., Bryant B. D., Miikkulainen R., *Real-time neuroevolution in the NERO video game.*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation (9.6), 2005, 653-668.
149. Stanley K. O., Miikkulainen R., *Efficient evolution of neural network topologies.* Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. (CEC'02), IEEE, 2002, 1757-1762.
150. Stanley K. O., Miikkulainen R., Evolving *neural networks through augmenting topologies*, Evolutionary Computation (10.2), 2002, 99-127.
151. Stanley K. O., Efficient *evolution of neural networks through complexification*, 2004.
152. Stanley K., Kohl N., Sherony R., Miikkulainen R., *Neuroevolution of an automobile crash warning system.*, Proceedings of the 7th annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation (GECCO), 2005, 1977-1984.
153. Steuer R. E., *Multiple criteria optimization*, Theory, Computation and Applications, John Wiley & Sons, New York, 1986.
154. Storn R., *Differrential evolution - a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*, Journal of Global Optimization (11), 1997, 341-359.
155. Supervision Basel Committee on Banking, *International convergence of capital measurement and capital standards: a revised framework*, Bank for International Settlements, 2004.
156. Šušteršič M., Mramor D., Zupan J., *Consumer credit scoring models with limited data.* Expert Systems with Applications (36.3), 2009, 4736-4744.
157. Thomas L. C., *A survey of credit and behavioural scoring: forecasting financial risk of lending to consumers*, International Journal of Forecasting (16.2), 2000, 149-172.
158. Thomas L., Crook J., Edelman D., *Credit scoring and its applications*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2017.
159. Tong E. N., Mues C., Thomas L.C., *A zero-adjusted gamma model for mortgage loan loss given* default, International Journal of Forecasting (29.4), 2013, 548-562.
160. Tsoumakas G., Vlahavas I., *Random k-labelsets: an ensemble method for multilabel classification*, European Conference on Machine Learning, Springer, Berlin, Heidelberg, 2007, 406-417.
161. Tsoumakas G., Katakis I., Vlahavas I., *Effective and efficient multilabel classification in domains with large number of labels*, Proceedings of the ECML/PKDD 2008 Workshop on Mining Multidimensional Data (MMD'08), 2008, 53-59.
162. Tsoumakas G., Katakis I., Vlahavas I., *Mining multi-label data*, Data Mining and Knowledge Discovery Handbook, Springer, Boston, MA, 2009, 667-685.
163. Valsalam V. K., Miikkulainen R., *Evolving symmetric and modular neural networks for distributed control*, Proceedings of the 11th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, 2009, 731-738.
164. Vargas D. V., Murata J. *Spectrum-diverse neuroevolution with unified neural models*, IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems (28.8), 2016, 1759-1773.
165. Vens C., Struyf J., Schietgat L., Džeroski S., Blockeel H., *Decision trees for hierarchical multi-label* classification, Machine Learning (73.2), 2008, 185.

166. Verbancsics P., Harguess J., Feature *learning hyperneat: evolving neural networks to extract features for classification of maritime satellite imagery*, International Conference on Information Processing in Cells and Tissues, Springer, Cham, 2015, 208-220.
167. Wang Y., Zhang Y., Credit *risk assessment for small and microsized enterprises using kernel feature selection-based multiple criteria linear optimization classifier: evidence from China*, Complexity, 2020.
168. Wasserman P. D., *Advanced methods in neural computing*, John Wiley & Sons, 1993.
169. Werbos P., *Beyond regression: new tools for prediction and analysis in the behavioral sciences*, Harvard University, 1974
170. Xu H., Xu J., *Designing a multi-label kernel machine with two-objective optimization*, International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence, Springer, Berlin, Heidelberg, 2010, 282-291.
171. Xu W., Zhou S., Duan D., Chen Y., A *support vector machine based method for credit risk assessment*, 7th International Conference on E-Business Engineering, IEEE, 2010. 50-55.
172. Yang B., Sun J. T., Wang T., Chen Z., Effective *multi-label active learning for text* classification, 15th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2009, 917-926.
173. Yao P., *Hybrid fuzzy SVM model using CART and MARS for credit scoring*, International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, IEEE, 2009, 392-395.
174. Yao X., Crook J., Andreeva G., Support *vector regression for loss given default modelling*, European Journal of Operational Research (240.2), 2015, 528-538.
175. Yao X., *Evolving artificial neural networks*, Proceedings of the IEEE (87.9), 1999, 1423-1447.
176. Yao X., Liu Y., *A new evolutionary system for evolving artificial neural networks.*, IEEE Transactions on Neural Networks (8.3), 1997, 694-713.
177. Yobas M. B., Crook J. N., Ross P., *Credit scoring using neural and evolutionary techniques.* IMA Journal of Management Mathematics (11.2), 2000, 111-125.
178. Zerz E., Helmke U., Praetzel-Wolters D., *Mathematical Theory of Neural Networks*, Kaiserslautern, 2001.
179. Zha Z. J., Mei T., Wang J., Wang Z., Hua X. S., *Graph-based semi-supervised learning with multiple labels*, Journal of Visual Communication and Image Representation (20.2), 2009, 97-103.
180. Zhang D., Leung S. C., Ye Z., *A decision tree scoring model based on genetic algorithm and k-means algorithm*, 3rd International Conference on Convergence and Hybrid Information Technology, IEEE, 2008, 1043-1047.
181. Zhang M. L., Zhou Z. H., ML-KNN: *A lazy learning approach to multi-label learning.* Pattern Recognition (40.7), 2007, 2038-2048.
182. Zhang M. L., Zhou Z. H., *Multilabel neural networks with applications to functional genomics and text categorization*, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (18.10), 2006, 1338-1351.
183. Zhang M. L., ML-*RBF: RBF Neural Networks for Multi-Label* Learning, Neural Processing Letters (29.2), 2009, 61-74.
184. Zhang, M. L., & Zhang, K., *Multi-label learning by exploiting label dependency.* Proceedings of the 16th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 2010, p. 999-1008.
185. Zhao Z., Xu S., Kang B. H., Kabir M. M. J., Liu Y., Wasinger R, *Investigation and improvement of multi-layer perceptron neural networks for credit* scoring, Expert Systems with Applications (42.7), 2015, 3508-3516.
186. Zhou L., Lai K. K., Yu L., *Credit scoring using support vector machines with direct search for parameters selection*, Soft Computing (13.2), 2009, 149-155.
187. Zopounidis C., Doumpos M., *Multicriteria decision systems for financial problems*, Top (21.2), 2013, 241-261.
188. *Algorytm SUNA*, https://github.com/zweifel/Physis-Shard, dostęp: 15 kwietnia 2024 r.
189. *Benchmark Boston Housing Data*, https://archive.ics.uci.edu/ml/machine-learning-databases/housing/, dostęp: 15 kwietnia 2024r.

190. *Benchmark Fannie Mae Single-Family Loan Performance Data*, http://www.fanniemae.com/portal/funding-the-market/data/loan-performance-data.html, dostęp: 15 kwietnia 2024r.
191. *Benchmark Kaggle Give Me Some Credit*, https://www.kaggle.com/c/GiveMeSomeCredit, dostęp: 15 kwietnia 2024r.
192. *Benchmark Lending Club Data.* https://www.lendingclub.com/info/download-data.action, dostęp: 15 kwietnia 2024 r.
193. *Benchmark Lending Club Data* - wersja uproszczona. https://www.kaggle.com/datasets/itssuru/loan-data, dostęp: 1 stycznia 2024 r.
194. *Benchmark Loan Default Prediction*, https://www.kaggle.com/c/loan-default-prediction/data, dostęp: 15 kwietnia 2024r.
195. *Benchmark Statlog Australian Credit Approval*, https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Statlog+%28Australian+Credit+Approval%29, dostęp: 15 kwietnia 2024r.
196. *Benchmark Statlog German Credit Data*, https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Statlog+%28German+Credit+Data%29, dostęp: 15 kwietnia 2024r.
197. *benchmark Statlog Japanese Credit Screening.* https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Japanese+Credit+Screening, dostęp: 15 kwietnia 2024 r.
198. *Biblioteka do neuro-ewolucji MultiNEAT*, http://www.multineat.com/, dostęp: 20 kwietnia 2024 r.
199. *Biuro Informacji Kredytowej*, https://www.bik.pl/, dostęp: 20 kwietnia 2024 r.
200. *Definicja algorytmu koewolucyjnego.* http://wiki.ece.cmu.edu/ddl/index.php/Coevolutionary_algorithms, dostęp: 15 kwietnia 2024 r.
201. *Definicja zdolności kredytowej,* https://www.nbportal.pl/slownik/pozycje-slownika/zdolnosc-kredytowa, dostęp: 15 kwietnia 2024 r.
202. *Definicja - effective maturity*, http://www.openriskmanual.org/wiki/Effective_Maturity, dostęp: 1 czerwca 2024r.
203. *Dokumentacja pakietu nnet języka R,* https://cran.r-project.org/web/packages/nnet/nnet.pdf, dostęp: 1 czerwca 2024 r.
204. *Dokumentacja systemu Matlab.* https://www.mathworks.com/help/matlab/, dostęp: 1 czerwca 2024 r.
205. *Encog 3.3 Machine Learning Framework,* http://www.heatonresearch.com/encog/, dostęp: 1 czerwca 2024r.
206. *HyperNEAT User Page,* http://eplex.cs.ucf.edu/hyperNEATpage/, dostęp: 1 czerwca 2024 r.
207. *Kreditech: A credit check by social media.*, https://www.ft.com/content/12dc4cda-ae59-11e5-b955-1a1d298b6250, dostęp: 1 czerwca 2024r.
208. *NEAT User Page,* https://www.cs.ucf.edu/~kstanley/neat.html, dostęp: 1 czerwca 2024r.
209. *Neural Network Research Group*, University of Texas at Austin. http://nn.cs.utexas.edu/, dostęp: 1 czerwca 2024r.
210. *Oprogramowanie neuro-ewolucyjne DXNN,* https://github.com/CorticalComputer/DXNN, dostęp: 1 czerwca 2024 r.
211. *Projekt EANT,* https://sourceforge.net/projects/eant-project/files/, dostęp: 1 czerwca 2024 r.
212. *World Economic Outlook Database 2020*, https://www.imf.org/en/Publications/WEO/weo-database/2020/October, dostęp: 1 czerwca 2024r.

# SPIS RYSUNKÓW

Rys. 1.1 Przykład wyznaczenia numeru epoki zatrzymanie treningu ANN na podstawie wzrostu błędu MSE dla zbioru walidacyjnego ..... 11
Rys. 1.2 Sigmoidalne funkcje aktywacji: a) bipolarna b) unipolarna..... 12
Rys. 1.3 Klasyfikacja za pomocą neuronu z dwoma wejściami, biasem i liniową funkcją aktywacji: a) operator logiczny OR b) operator logiczny AND ..... 12
Rys. 1.4 Model jednokierunkowej czterowarstwowej sieci neuronowej..... 13
Rys. 1.5 Proste regresji dla zbioru: a) uczącego b) walidacyjnego c) testowego d) wszystkich obserwacji. ..... 14
Rys. 1.6 Histogram błędów przy wycenie nieruchomości przez sieć neuronową dla wybranych zbiorów obserwacji ..... 15
Rys. 1.7 Zobrazowanie procesu uczenia ANN: ..... 16
Rys. 1.8 Zobrazowanie procesu uczenia wielowarstwowego perceptronu na zestawie danych German Credit Data: ..... 17
Rys. 1.9 Zmiany frakcji błędów klasyfikacji dla German Credit Data: ..... 18
Rys. 1.10 Wizualizacja wybranej nieliniowej klasyfikacji dla trzech klas. ..... 21
Rys. 1.11 Radialna funkcja aktywacji. ..... 22
Rys. 1.12 Problem XOR: a) nieseparowalność liniowa OR b) separowalność liniowa po przekształceniu przez radialne funkcje aktywacji neuronów. ..... 23
Rys. 1.13 Mapa cech Kohonena do klasteryzacji danych: a) schemat blokowy b) topologia połączeń neuronów w warstwie wyjściowej c) zobrazowanie wartości wag między parami neuronów wyjściowych. ..... 25
Rys. 1.14 Uczenie nienadzorowane sieci SOM podczas klasteryzacji danych: ..... 26
Rys. 2.1 Kodowanie fenotypu za pomocą genotypu w algorytmie NEAT. ..... 41
Rys. 2.2 Zasada działania operatora krzyżowania w algorytmie NEAT. ..... 43
Rys. 2.3 Sposób kodowania sieci neuronowych w algorytmie EANT. ..... 44
Rys. 3.1 Taksonomia modeli scoringowych. ..... 50
Rys. 3.2 Diagram systemu oceny wiarygodności kredytowej [108]. ..... 52
Rys. 3.3 Taksonomia metod obliczania aktywów ważonych ryzykiem [122]. ..... 60
Rys. 4.1 Optymalizacja wielokryterialna parametrów klasyfikatora za pomocą algorytmu neuro-ewolucyjnego. ..... 83
Rys. 4.2 Diagram klasyfikacji jedno- i wielokryterialnej z wieloma etykietami. ..... 84
Rys. 5.1 Diagram algorytmu neuro-ewolucyjnego CENA. ..... 90
Rys. 5.2 Schemat mutacji wstawiającej warstwę neuronów. ..... 91
Rys. 5.3 Przykładowe oceny klasyfikatorów w populacji z rangami *Fonseci-Fleminga*. ..... 92
Rys. 5.4 Wartość funkcji *AUC ROC* dla liderów w kolejnych populacjach na zbiorze uczącym oraz na zbiorze testowym. ..... 94
Rys. 5.5 Architektura sieci neuronowej cechującej się najwyższą wartością *AUC ROC*. ..... 95
Rys. 5.6 Przykłady sprzeczności między kryteriami dla liderów na zbiorze uczącym w eksperymencie maksymalizacji *AUC ROC*. ..... 95
Rys. 5.7 Architektura sieci neuronowej cechującej się najwyższą wartością $F_1$-*Score*. 96
Rys. 5.8 Wartość funkcji $F_1$ - *Score* dla liderów w kolejnych populacjach na zbiorze uczącym oraz na zbiorze testowym. ..... 96
Rys. 5.9 Przykłady sprzeczności między kryteriami w eksperymencie maksymalizacji metryki AUC ROC. ..... 97

Rys. 5.10 Zbiory ocen sieci niezdominowanych w wybranych populacjach dla zbioru uczącego. 98
Rys. 5.11 Zbiór niezdominowanych ocen klasyfikatorów na zbiorze uczącym oraz ich oceny na zbiorze testowym. 98
Rys. 5.12 Architektura rozwiązania kompromisowego przy maksymalizacji metryk *AUC ROC* oraz $F_1$*-Score*. 99
Rys. 5.13 Migracja niezdominowanych ocen klasyfikatorów na zbiorze uczącym *Give Me Some Credit* do populacji nr 500. 100
Rys. 5.14 Architektura klasyfikatora kompromisowego przy maksymalizacji *trafności* oraz $F_1$*-score* dla datasetu *Give Me Some Credit*. 101
Rys. 5.15 Dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *AUC ROC* oraz $F_1$*-Score* na zbiorze testowym dla *Lending Club*. 102
Rys. 5.16 Dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla *trafności* klasyfikatora oraz $F_1$*-score* na zbiorze testowym dla *Lending Club*. 102
Rys. 5.17 Dwuwymiarowy przekrój zbioru ocen niezdominowanych dla AUC ROC oraz *trafności* klasyfikatora na zbiorze testowym dla *Lending Club*. 103
Rys. 5.18 Architektura klasyfikatora kompromisowego przy maksymalizacji trzech kryteriów cząstkowych dla datasetu *Lending Club*. 103
Rys. B.1 Wybór eksperymentu w aplikacji CENA. 123
Rys. B.2 Ekran przebiegu eksperymentu w aplikacji CENA. 123

# SPIS TABEL

Tabela 1.1 Wartości kar wyrażonych w [MU] z powodu błędu klasyfikacji dla zbioru obserwacji German Credit Data [257] ..... 18
Tabela 1.2 Atrybuty zestawu danych German Credit Data [196] ..... 19
Tabela 1.3 Wartości zmiennych dla wybranych pięciu obserwacji w *German Credit Database* [196] ..... 19
Tabela 1.4 Macierz pomyłek dla klasyfikatora kredytowego ..... 27
Tabela 3.1 Dane w modelu oceny sytuacji kredytowej *German Credit Data* ..... 54
Tabela 3.2 Dane zawarte w benchmarku *Japanese Credit Screening* ..... 54
Tabela 3.3 Przykłady wartości funkcji *RWA* przypisane poszczególnym rodzajom kredytów w zależności od ich ratingu kredytowego w metodzie standardowej ..... 61
Tabela 3.4 Przykładowe reguły obliczania kryterium LGD w metodzie podstawowej ratingów wewnętrznych ..... 61
Tabela 3.5 Przykładowe reguły obliczania kryterium *EAD* w metodzie podstawowej ratingów wewnętrznych ..... 62
Tabela 3.6 Potencjalne kryteria w metodach oceny wiarygodności kredytowej ..... 64
Tabela 4.1 Reguły decyzyjne służące do rozpatrywania wniosków kredytowych w zbiorze Japanese Credit Screening ..... 72
Tabela 5.1 Wyniki eksperymentów numerycznych z algorytmem neuro-ewolucyjnym CENA ..... 105
Tabela A.1 Wybrane parametry algorytmu CENA ..... 120

# DODATEK A. Wybrane parametry algorytmu CENA

Algorytm neuro-ewolucyjny CENA umożliwia wyznaczanie niezdominowanych rozwiązań reprezentujących klasyfikatory do oceny wiarygodności wniosków kredytowych. W tabeli A.1 opisano najważniejsze parametry algorytmu.

Tabela A.1 Wybrane parametry algorytmu CENA

| Nazwa parametru | Opis |
|---|---|
| $population_{max}$ | Maksymalny rozmiar populacji |
| *NumberOfGenerations* | Liczba generowanych populacji |
| *FitnessFunction* | Rodzaj stosowanej funkcji przystosowania; dla funkcji przystosowania opartej o rangi Fonseci – Flemminga należy podać kryteria cząstkowe |
| *MaxAbsoluteValueOfRandomWeights* | Maksymalna waga połączenia neuronowego dla generowanych losowo sieci |
| *InitialEpochsWithoutBackpropagation* | Liczba populacji, w których nie trenuje się sieci za pomocą wstecznej propagacji błędu |
| *FullBackpropagationEpoch* | Liczba wygenerowanych populacji, po której wykonywana jest pełna wsteczna propagacja błędu na sieciach w populacji |
| *FullBackpropagationIter* | Liczba iteracji wykonywanych podczas wstecznej propagacji błędu na sieciach w populacji |
| *HeavilyMutatedIter* | Liczba iteracji wykonywanych podczas wstecznej propagacji błędu dla osobników, którym dodano lub usunięto warstwę neuronową |
| *UseAdaptiveCrossover* | Wartość logiczna mówiąca o tym, czy włączyć adaptacyjną modyfikację współczynnika krzyżowania |
| *CrossoverRate* | Współczynnik krzyżowania |
| *InterspeciesCrossoverRate* | Procent operacji krzyżowania, który odbywa się między sieciami o różnych zbiorach identyfikatorów warstw |
| *MultipointCrossoverRate* | Procent operacji krzyżowania, które są wielopunktowe |
| *OverallMutationRate* | Procent osobników podlegających mutacji |
| *CrossoverStep* | Krok zmiany współczynnika krzyżowania podczas jego adaptacyjnej modyfikacji |
| *MinCrossoverRate* | Minimalna wartość współczynnika krzyżowania podczas jego adaptacyjnej zmiany |
| *MaxCrossoverRate* | Maksymalna wartość współczynnika krzyżowania podczas jego adaptacyjnej zmiany |

| Nazwa parametru | Opis |
|---|---|
| *Elitism* | Frakcja najlepszych sieci z każdego gatunku promowanych do kolejnej populacji (sieci o największej wartości funkcji przystosowania w populacji zawsze są promowane do kolejnej populacji) |
| *MutateActivationAProb* | Waga mutacji parametru $A_{mut}$ w selekcji ruletkowej |
| *MutateNeuronActivationTypeProb* | Waga zmiany rodzaju funkcji aktywacji w selekcji ruletkowej mutacji |
| *MutateAddLayerProb* | Waga dodania warstwy neuronowej w selekcji ruletkowej |
| *MutateRemoveLayerProb* | Waga usunięcia warstwy neuronowej w selekcji ruletkowej |
| *MutateAddLinkBetweenLayersProb* | Waga dodania połączenia synaptycznego w selekcji ruletkowej |
| *MutateAddNeuronInLayerProb* | Waga dodania neuronu w selekcji ruletkowej |
| *MutateRemLinkProb* | Waga usunięcia połączenia synaptycznego w selekcji ruletkowej |
| *MutateRemSimpleNeuronProb* | Waga usunięcia neuronu w selekcji ruletkowej |
| *MinActivationA* | Minimalna wartość parametru $A_{mut}$ |
| *MaxActivationA* | Maksymalna wartość parametru $A_{mut}$ |
| *MinAdditionalLinks* | Minimalna liczba krawędzi wstawiana podczas dodawania warstwy neuronowej |
| *MaxAdditionalLinks* | Maksymalna liczba krawędzi wstawiana podczas dodawania warstwy neuronowej |

# DODATEK B. Aplikacja do oceny wiarygodności wniosków kredytowych

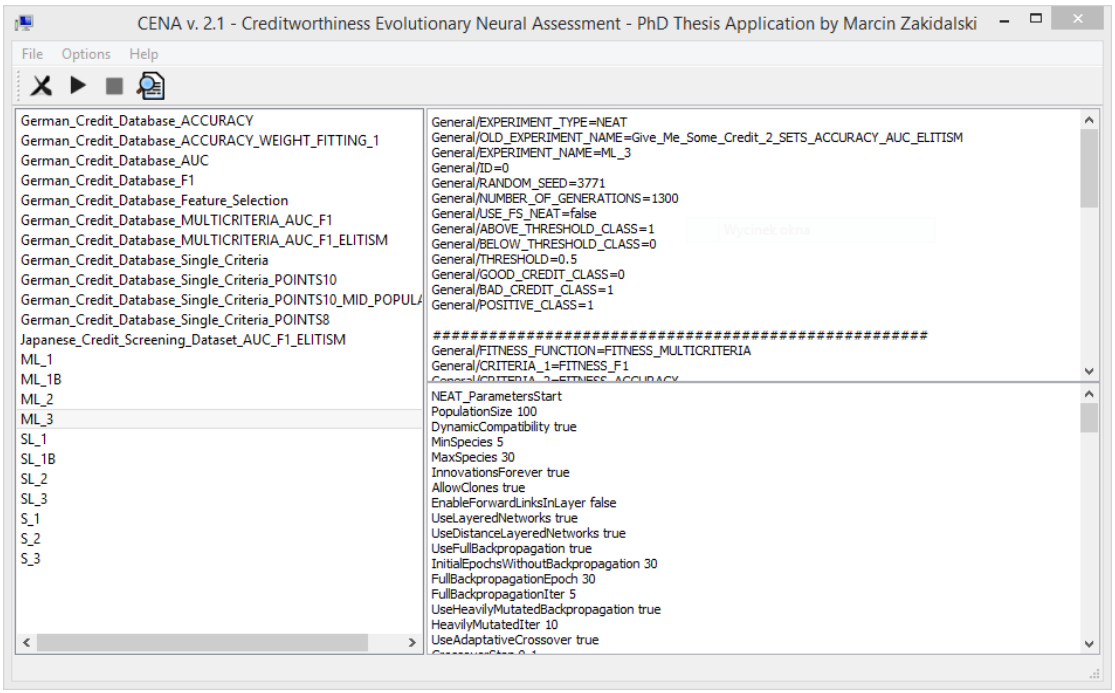
Wersja aplikacji CENA v. 2.1 (ang. *Creditworthiness Evolutionary Neural Assessment*) jest dostępna na stronie rozprawy doktorskiej pod adresem: https://www.researchgate.net/project/Neuro-evolutionary-method-for-multicriteria-analysis-of-credit-worthiness. W aplikacji definiuje się zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej do oceny wniosków kredytowych. Ponadto ustala się parametry algorytmu neuro-ewolucyjnego CENA. Aplikacja napisana jest w języku R oraz C++. Ponadto skorzystano z bibliotek: Qt, Multi NEAT [198] oraz Volbx.

Do aplikacji dołączono specyfikacje eksperymentów rozważanych w dysertacji (rys. B.1). Każda z nich znajduje się w oddzielnym folderze, a jej zmiana odbywa się za pomocą edycji odpowiednich plików tekstowych. Wyniki z eksperymentu są również zapisywane w postaci plików tekstowych zawierających: rozmiar populacji dla kolejnych numerów ich generowania, czas przetwarzania populacji, opisy najlepszych sieci w populacjach oraz wartości funkcji przystosowania.

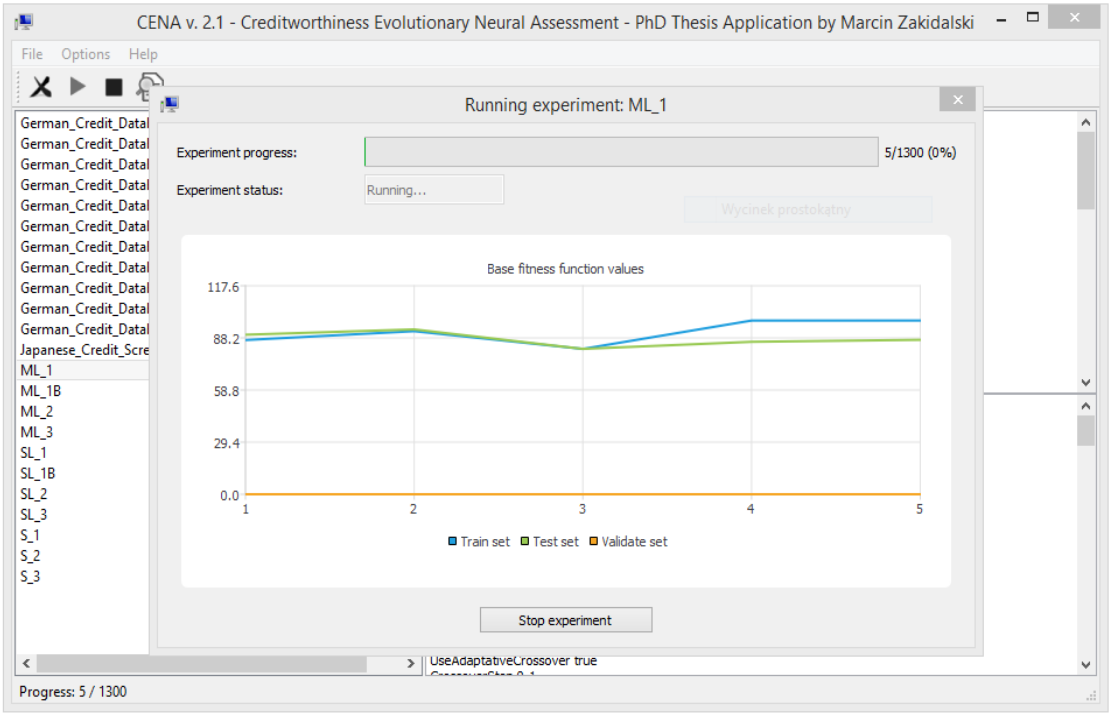
W aplikacji możliwe jest również monitorowanie przebiegu eksperymentu (rys. B.2). Prezentowanymi informacjami są: numer przetwarzanej populacji, procentowe zaawansowanie przebiegu eksperymentu, wartości funkcji przystosowania dla najlepszej sieci w populacji dla zadanego zbioru uczącego.

Projektując aplikację, wytworzono dwa moduły programistyczne implementujące mechanizm promowania sieci neuronowych o największej wartości funkcji przystosowania, wyznaczanie wielokryterialnej funkcji przystosowania opartą o rangi Fonseci-Fleminga, operatory mutacji działające na warstwowych sieciach neuronowych, krzyżowanie sieci neuronowych o tych samych identyfikatorach warstw, zabezpieczenia pozwalające zachować warstwy w generowanych sieciach neuronowych, mechanizm wstecznej propagacji błędu. Zdefiniowanymi kryteriami cząstkowymi są: *trafność*, pole pod krzywą ROC oraz $F_1 - score$. Ponadto użytkownik może oprogramować wytwarzanie innych metryk klasyfikacji lub kryteriów kredytowych. Dodano inicjowanie ziarna generatora liczb losowych stosowanego w procesie neuro-ewolucyjnym. Aplikację rozbudowano również o śledzenie eksperymentu wartości funkcji przystosowania rozwiązań.

Warto podkreślić, że na płycie CD dołączonej do rozprawy zamieszczono aplikację i dane w celu umożliwienia powtórzenia wyników badań.




Rys. B.1 Wybór eksperymentu w aplikacji CENA.
Źródło: opracowanie własne




Rys. B.2 Ekran przebiegu eksperymentu w aplikacji CENA.
Źródło: opracowanie własne